Beiträge zur Schulentwicklung | PRAXIS

Joachim Roß, Stefan-Harald Kaufmann

SINUS.NRW: Mathematik ohne Hilfsmittel

Illustrierende Aufgaben zu den Kompetenzerwartungen am Ende der Sekundarstufe I

QUA-LiS NRW

WAXMANN

Beiträge zur Schulentwicklung | PRAXIS

herausgegeben von der Qualitäts- und UnterstützungsAgentur –
Landesinstitut für Schule des Landes Nordrhein-Westfalen
(QUA-LiS NRW)

in Zusammenarbeit mit dem

Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen (MSB),
dem Ministerium für Kultur und Wissenschaft des Landes Nordrhein-Westfalen
(MKW), Prof. Dr. Gilbert Greefrath (Universität Münster), Prof. Dr. Aloys Krieg
(RWTH Aachen) und Prof. Dr. Wilhelm Schwick (Fachhochschule Dortmund)

Joachim Roß, Stefan-Harald Kaufmann (Hrsg.)

SINUS.NRW: Mathematik ohne Hilfsmittel

Illustrierende Aufgaben zu den Kompetenzerwartungen am Ende der Sekundarstufe I

unter Mitarbeit von Dr. Christina Diehl und Christiane Krus

Waxmann 2019

Münster · New York

Bibliografische Informationen der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.dnb.de abrufbar.

Beiträge zur Schulentwicklung | PRAXIS

herausgegeben von der Qualitäts- und UnterstützungsAgentur – Landesinstitut für Schule des Landes Nordrhein-Westfalen (QUA-LiS NRW)

ISSN 2509-3479

Print-ISBN 978-3-8309-4091-3
E-Book-ISBN 978-3-8309-9091-8

www.waxmann.com
info@waxmann.com

Redaktion QUA-LiS: Hermann Meuser, Peter Dobbelstein, Ulrich Janzen, Dr. Veronika Manitius und Tanja Webs
Umschlaggestaltung: Pleßmann Design, Ascheberg
Umschlagfoto: © QUA-LiS NRW/Martin Weise
Satz: Stoddart Satz- und Layoutservice, Münster

Vorwort

Die Qualitäts- und UnterstützungsAgentur – Landesinstitut für Schule (QUA-LiS NRW) ist die zentrale Einrichtung für pädagogische Dienstleistungen im Geschäftsbereich des Ministeriums für Schule und Bildung in Nordrhein-Westfalen. Kern unserer Arbeit ist es, die Schulen und Einrichtungen der gemeinwohlorientierten Weiterbildung des Landes bei der Qualitätssicherung und Qualitätsentwicklung systematisch zu unterstützen. Dies geschieht für die Schulen des Landes u.a. durch die Entwicklung von Kernlehr- und Bildungsplänen, die Bereitstellung von Aufgaben für die zentralen Prüfungen, durch die Qualifizierung und Professionalisierung der Lehrerfortbildung und des Leitungspersonals, aber auch durch die Unterstützung in bildungspolitisch aktuellen Handlungsfeldern wie z. B. der inklusiven Bildung in der Schule, das gemeinsame längere Lernen im Ganztag oder der interkulturellen Schulentwicklung. Bei allen Angeboten ist es der QUA-LiS NRW ein wichtiges Anliegen, den Schulen für die herausfordernden Prozesse der Schul- und Unterrichtsentwicklung die entsprechenden Unterstützungsangebote bereitzustellen.

Einen Beitrag dazu stellt die Publikationsreihe „Beiträge zur Schulentwicklung“ dar. Dieses Publikationsformat greift zum einen aktuelle wissenschaftliche, unterrichtsfachliche und fachdidaktische Diskurse auf und stellt diese interessierten Leserinnen und Lesern für die Diskussion zur Verfügung. Zum anderen richtet sich das Publikationsformat unter dem Label „PRAXIS“ gezielt an die schulischen Akteure vor Ort und bietet Schülerinnen und Schülern, Lehrerinnen und Lehrern, Eltern und Erziehungsberechtigten konkrete Unterstützungsmaterialien für die Anwendung in Schule und Unterricht an.

Der vorliegende Band ist ein solches praxisbezogenes Unterstützungsangebot. In dieser Handreichung sind Aufgaben zusammengestellt, die Schülerinnen und Schüler ohne Nutzung von digitalen Hilfsmitteln am Ende der Sekundarstufe I bearbeiten können sollen. Denn in vielen Studiengängen werden Grundkenntnisse der Mathematik und Kompetenzen vorausgesetzt, die nach den aktuellen Mathematiklehrplänen bereits in der Sekundarstufe I erworben werden. Die Initiative zur Herausgabe dieser Aufgabensammlung ging von einer Arbeitsgruppe aus Vertretern von Hochschulen, den Ministerien für Schule und Bildung (MSB) und für Kultur und Wissenschaft (MKW) sowie der Qualitäts- und UnterstützungsAgentur – Landesinstitut für Schule (QUA-LiS) aus. Mein Dank gilt insbesondere den Autorinnen und Autoren dieses Bandes und allen an seiner Herausgabe Beteiligten für diese umfängliche Zusammenstellung.

Mit der Reihe „Beiträge zur Schulentwicklung“ PRAXIS möchte die QUA-LiS NRW für alle Akteure in Schule und Weiterbildung ein weiteres Unterstützungsangebot für die vielfältigen und herausfordernden Gestaltungsprozesse im Bildungsbereich bereitstellen.

Eugen L. Egyptien

Direktor der Qualitäts- und UnterstützungsAgentur – Landesinstitut für Schule (QUA-LiS NRW)

Einleitung

Der Übergang von der Schule in die Hochschule fällt manchen angehenden Studierenden nicht leicht, wenn der Studiengang solide Grundkenntnisse der Mathematik voraussetzt. Zu nennen sind hier insbesondere Studiengänge aus den Bereichen Wirtschaftswissenschaften, Informatik, Naturwissenschaften und Technik. Aus der *Perspektive der Hochschule* kommt es für einen erfolgreichen Start ins Studium insbesondere auch auf Kompetenzen an, die nach den aktuellen Mathematiklehrplänen bereits am Ende der Sekundarstufe I erworben sein sollten. Ein verständiger Umgang mit Mathematik als Grundlage für die Aufnahme eines Studiums in den o.g. Fächern zeigt sich nicht zuletzt darin, dass grundlegende Rechentechniken, formale Verfahren und Kalküle auch ohne den Einsatz von Hilfsmitteln beherrscht werden.

Vor diesem Hintergrund wurde die hier vorgelegte Aufgabensammlung aus der *Perspektive der Schule* zusammengestellt. Sie bietet Schülerinnen und Schülern mit Ausbildungs- oder Studienwunsch in mathematikaffinen Bereichen, Lehrkräften an allgemeinbildenden Schulen sowie Dozentinnen und Dozenten an Hochschulen eine Orientierung, welche Aufgaben Schülerinnen und Schüler in Nordrhein-Westfalen ohne Nutzung von technischen Hilfsmitteln wie z.B. einem Taschenrechner oder Computer bereits am Ende der Sekundarstufe I und auch (noch) bei Aufnahme eines Studiums lösen können sollen. Zur Bearbeitung der Aufgaben sind daher lediglich Zirkel, Lineal bzw. Geodreieck erforderlich.

Die Aufgaben bilden mit Blick auf die von Hochschulen erwarteten Mathematikkenntnisse für einen erfolgreichen Studienstart lediglich einen Ausschnitt aus dem Kompetenzspektrum des Faches Mathematik in der Sekundarstufe I in Nordrhein-Westfalen ab. Die Sammlung kann und darf insofern nicht als Argument für eine Einschränkung der curricularen Vorgaben für die Sekundarstufe I im Unterricht herangezogen werden. Kompetenzen im Bereich des Modellierens, Argumentierens und Problemlösens sowie der Nutzung technischer Hilfsmittel sind selbstverständlich weiterhin ein verbindlicher Bestandteil des Mathematikunterrichts.

Die Aufgabensammlung ist nach den Kernlehrplänen Mathematik des Landes Nordrhein-Westfalen entlang der inhaltlichen Kompetenzbereiche „Arithmetik/Algebra", „Funktionen", „Geometrie" und „Stochastik" strukturiert. Am Ende der Aufgabensammlung sind jeder Aufgabe tabellarisch die Kompetenzerwartungen, die bei der Lösung einer Aufgabe eine Rolle spielen, zugeordnet. Berücksichtigt sind die Kernlehrpläne Mathematik der Gesamtschule (E-Kurs), der Realschule und des Gymnasiums (achtjähriger Ausbildungsgang, auslaufend gültig bis zum Schuljahr 2021/2022). In wenigen Aufgaben gehen die Anforderungen über die Regelstandards hinaus, die den Kompetenzerwartungen in den Kernlehrplänen für die Sekundarstufe I zugrunde liegen.

Die Initiative zur Herausgabe dieser Aufgabensammlung ging von einer Arbeitsgruppe aus Vertretern von Hochschulen, den Ministerien für Schule und Bildung (MSB) und für Kultur und Wissenschaft (MKW) sowie der Qualitäts- und UnterstützungsAgentur – Landesinstitut für Schule (QUA-LiS) aus. Die Aufgaben wurden von einer Projektgruppe des Landesinstituts aus erfahrenen Lehrkräften zusammengestellt, die sämtlich aktiv unterrichten, und mit der o.g. Arbeitsgruppe abgestimmt.

Alle an der Entwicklung dieser Aufgabensammlung Beteiligten hoffen, dass sie aus beiden Perspektiven – Schule wie Hochschule – die beabsichtigte Orientierung bietet, welche grundlegenden mathematischen Kompetenzen aus der Sekundarstufe I bei der Aufnahme eines Studiums in den Bereichen MINT und Wirtschaftswissenschaften realistisch beim Start in den nächsten Bildungsabschnitt erwartet werden können und daher vorhanden sein sollten.

Ergänzend bietet das Wissenschaftsministerium für einen erfolgreichen Studienstart der Studienanfängerinnen und -anfänger in den WINT-Fächern (Wirtschaftswissenschaften, Informatik, Naturwissenschaften und Technik) einen „WINT-Check“ im Online-Portal *Studiport* (www.studiport.de) an. Dieser ermöglicht die Überprüfung studienrelevanter mathematischer Vorkenntnisse für diese Fächer an den Hochschulen in Nordrhein-Westfalen. Die Online-Kurse *studiVEMINT* und *OMB+* bieten die Möglichkeit, zugleich Schulwissen passgenau zum individuellen Kenntnisstand aus dem „WINT-Check“ aufzufrischen und vorhandene Kenntnisse zu vertiefen. Zur Unterstützung des Lernprozesses steht ein mathematikbezogener Online-Support zur Verfügung.

Inhalt

Arithmetik/Algebra – mit Zahlen und Symbolen umgehen

Kompetenzerwartungen am Ende der Sekundarstufe I

Im Bereich Arithmetik/Algebra werden von den Schülerinnen und Schülern am Ende der Sekundarstufe I die folgenden Kompetenzen erwartet (Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen, 2007; Ministerium für Schule, Jugend und Kinder des Landes Nordrhein-Westfalen, 2004a, 2004b):

Schülerinnen und Schüler besitzen einen Begriff von Zahlen, Größen und ihren Darstellungen, operieren sicher mit ihnen und verwenden die Symbolsprache der Mathematik sachgerecht.

1. Sie verwenden Zahlen je nach Situation in unterschiedlichen Darstellungsformen (als Bruch, Dezimalzahl, Prozentzahl und in Zehnerpotenzschreibweise), ordnen und vergleichen sie.
2. Sie rechnen mit rationalen und irrationalen Zahlen, nutzen Rechengesetze und systematisches Zählen.
3. Sie arbeiten in Anwendungszusammenhängen sachgerecht mit Zahlen, Größen und Variablen und führen Schätzungen und Näherungsrechnungen durch.
4. Sie lösen lineare Gleichungen und Gleichungssysteme, quadratische und einfache exponentielle Gleichungen rechnerisch, grafisch oder durch Probieren.

Was kann bei einer Bearbeitung ohne Hilfsmittel erwartet werden?

In der Arithmetik/Algebra stellt sich die Frage nach der Sinnhaftigkeit händischer Berechnungen vor allem beim Rechnen mit vielstelligen Zahlen sowie beispielsweise beim Wurzelziehen. Ebenso gibt es Situationen, in denen eine langwierige hilfsmittelfreie Berechnung zwar prinzipiell vertretbar wäre, aber von einem aktuell wichtigeren didaktischen Schwerpunkt ablenkt.

Die vorliegenden Aufgaben aus dem Bereich Arithmetik und Algebra sollen illustrieren, was prinzipiell im Hinblick auf händische Kompetenzen von den Schülerinnen und Schülern auf dem Niveau des mittleren Schulabschlusses erwartet werden kann. Dass dies nicht in allen Situationen, insbesondere in Prüfungssituationen, in vollem Umfang tatsächlich eingefordert werden wird, versteht sich von selbst. Durch ein Asteriskus (*) gekennzeichnete Aufgaben sollten Schülerinnen und Schüler lösen können, die Interesse an Wi-MINT-Fächern und -Berufen zeigen. Werden in den Aufgaben Kompetenzen angesprochen, die verstärkt höhere Anforderungsniveaus erfordern, so sind diese mit (**) kenntlich gemacht.

Die auch von vielen Schülerinnen und Schülern häufig gestellte Frage, warum händische Kompetenzen überhaupt erlernt werden müssen, kann im Unterricht Anlass zu fruchtbaren Diskussionen sein. Im Bereich der Arithmetik/ Algebra denke man hier etwa an die Frage nach der Exaktheit von Taschenrechnerergebnissen, an die von Taschenrechnern verwendeten Algorithmen oder an die Unterscheidung einer Wurzeldefinition – bzw. allgemein der Definition irrationaler Zahlen – im Gegensatz zur Berechnung oder Näherung konkreter Werte.

Einzelkompetenzen

Die diesen Kompetenzen untergeordneten Einzelkompetenzen der jeweiligen Jahrgangsstufen lassen sich verschiedenen Bereichen zuordnen, die im Folgenden dargestellt sind. Dabei wurden von den Kompetenzen der Kernlehrpläne Gesamtschule im Erweiterungskurs und der Realschule (MSJK, 2004a, 2004b) und des Gymnasiums (G8) (MSW, 2007) im Falle von Abweichungen die jeweils umfassendere Kompetenz gewählt. Hinter jeder unten aufgelisteten Kompetenz ist in eckigen Klammern, beispielsweise [A.13], eine Kurzkennung notiert. Diese Kurzkennungen werden in der Aufgabenauflistung hinten im Heft verwendet, um auf die hier aufgelisteten Kompetenzen zu verweisen.

Zahlen darstellen und ordnen

Die Schülerinnen und Schüler …

- stellen ganze Zahlen auf verschiedene Weise dar (Zahlengerade, Zifferndarstellung, Stellenwerttafel, Wortform) **[A.01]**
- stellen einfache Bruchteile auf verschiedene Weise dar: handelnd, zeichnerisch an verschiedenen Objekten, durch Zahlensymbole und als Punkte auf der Zahlengerade; sie deuten sie als Größen, Operatoren und Verhältnisse und nutzen das Grundprinzip des Kürzens und Erweiterns von Brüchen als Vergröbern bzw. Verfeinern der Einteilung **[A.02]**
- deuten Dezimalzahlen und Prozentzahlen als andere Darstellungsform für Brüche und stellen sie an der Zahlengerade dar; führen Umwandlungen zwischen Bruch, Dezimalzahl und Prozentzahl durch **[A.03]**
- lesen und schreiben Zahlen in Zehnerpotenz-Schreibweise und erläutern die Potenzschreibweise mit ganzzahligen Exponenten **[A.04]**
- stellen Größen in Sachsituationen mit geeigneten Einheiten dar **[A.05]**
- runden natürliche Zahlen und Dezimalzahlen **[A.06]**
- ordnen und vergleichen rationale Zahlen **[A.07]**

Zahlbereiche erweitern

Die Schülerinnen und Schüler …

- nennen außermathematische Gründe und Beispiele für die Zahlbereichserweiterungen von den natürlichen zu den rationalen Zahlen **[A.08]**
- unterscheiden rationale und irrationale Zahlen und erläutern die Bestimmung von irrationalen Zahlen durch Intervallschachtelung **[A.09]**

Rechnen mit rationalen Zahlen

Die Schülerinnen und Schüler …

- wenden ihre arithmetischen Kenntnisse von Zahlen und Größen an, nutzen Strategien für Rechenvorteile, Techniken des Überschlagens und die Probe als Rechenkontrolle **[A.10]**
- verwenden ihre Kenntnisse über rationale Zahlen […] zur Lösung inner- und außermathematischer Probleme **[A.11]**
- führen Grundrechenarten für rationale Zahlen aus (Kopfrechnen und schriftliche Rechenverfahren) **[A.12]**
- wenden das Radizieren als Umkehren des Potenzierens an; sie berechnen und überschlagen Quadratwurzeln einfacher Zahlen im Kopf **[A.13]**
- bestimmen Anzahlen auf systematische Weise **[A.14]**

Terme umformen

Die Schülerinnen und Schüler …

- bestimmen Teiler und Vielfache natürlicher Zahlen und wenden Teilbarkeitsregeln für 2, 3, 5, 10 an **[A.15]**
- fassen Terme zusammen, multiplizieren sie aus und faktorisieren Terme mit einem einfachen Faktor; sie nutzen binomische Formeln als Rechenstrategie **[A.16]***

Lineare Gleichungen und lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen

Die Schülerinnen und Schüler…

- lösen Gleichungen folgenden Typs: lineare Gleichungen sowohl durch Probieren als auch algebraisch und grafisch mit Nutzung der Probe als Rechenkontrolle, einfache quadratische Gleichungen, exponentielle Gleichungen der Form $b^x = c$ näherungsweise durch Probieren **[A.17]***
- verwenden ihre Kenntnisse über […] lineare, quadratische und exponentielle Gleichungen zur Lösung inner- und außermathematischer Probleme **[A.18]**

- lösen lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen sowohl durch Probieren als auch algebraisch und grafisch und nutzen die Probe als Rechenkontrolle **[A.19]**
- verwenden ihre Kenntnisse über lineare Gleichungssysteme zur Lösung inner- und außermathematischer Probleme **[A.20]***

Zahlen darstellen und ordnen

Darstellungswechsel

Quelle: eigene Aufgabe

a) Schreibe in Ziffern: 700 Milliarden.

b) Schreibe die folgenden Zahlen in Wortform:
211; 453 705; 13 099 862.

c) Schreibe die folgenden Zahlen als Zehnerpotenz:
hundert; hunderttausend; eine Milliarde.

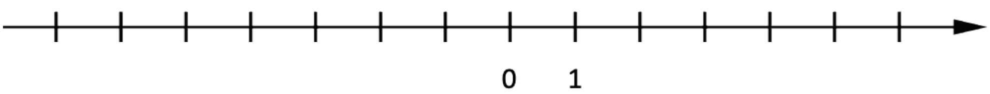
d) Schreibe die folgenden Zahlen als Zehnerpotenz:
4 000 000; 61 500.

e) Schreibe als Bruch: 5^{-3}.

Negative Zahlen auf der Zahlengeraden

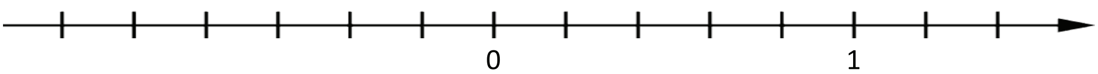
Quelle: Teile a und b nach ZP10 2016, M HSA HT, Prüfungsteil I, Aufgabe 1; Teil c nach ZP10 2017, M HSA HT, Prüfungsteil I, Aufgabe 1

a) Markiere die folgenden Zahlen auf der Zahlengeraden:
-1; 6; 5; -5; -2; 0



b) Bestimme den Abstand zwischen den Zahlen -1 und 6 mithilfe der Zahlengeraden.

c) Markiere die folgenden Zahlen auf der Zahlengeraden:
0,8; 1,4; $\frac{2}{5}$; $-0{,}6$



Prozente

Quelle: ZP10 2014, M HSA HT, Prüfungsteil I, Aufgabe 2

Kreuze alle Antworten an, die das Gleiche bedeuten wie „5 %“:

- ☐ ein Zwanzigstel
- ☐ ein Fünftel
- ☐ 0,5
- ☐ 0,05

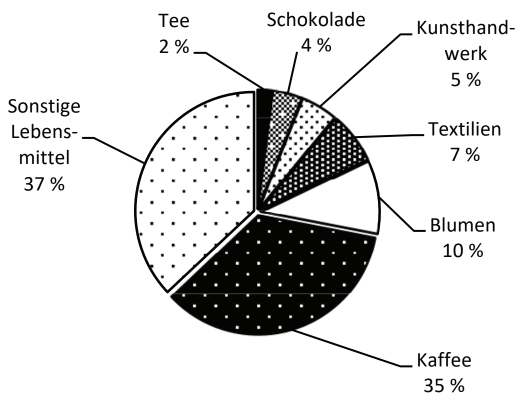
Fairer Handel

Quelle: ZP10 2017, M MSA HT, Prüfungsteil I, Aufgabe 3b

2015 wurde in Deutschland mit Produkten aus Fairem Handel ein Umsatz von 1,14 Milliarden Euro erzielt. Das Kreisdiagramm zeigt die Anteile verschiedener Produkte am Gesamtumsatz des Fairen Handels.

Beurteile die folgenden Aussagen mithilfe des Kreisdiagramms.

Anteile verschiedener Produkte am Gesamtumsatz des Fairen Handels 2015



Aussage	trifft zu	trifft nicht zu
Ein Zehntel des Gesamtumsatzes wurde mit Blumen erzielt.	☐	☐
Mehr als 40 % des Gesamtumsatzes wurden mit Kaffee und Tee erzielt.	☐	☐
Der Umsatz mit Textilien und Kunsthandwerk war dreimal so hoch wie mit Schokolade.	☐	☐

Zeitangaben

Quelle: ZP10 2014, M MSA HT, Prüfungsteil I, Aufgabe 1

Wie viele Stunden und Minuten sind 15 120 Sekunden? Kreuze an.

- ☐ 2 Stunden 52 Minuten
- ☐ 25 Stunden
- ☐ 6 Stunden 30 Minuten
- ☐ 4 Stunden 12 Minuten
- ☐ 630 Minuten

Längenangaben

Quelle: ZP10 2015, M MSA HT, Prüfungsteil I, Aufgabe 2

Notiere in der angegebenen Maßeinheit.

20 m = ___________ cm

2,2 m = ___________ cm

0,021 km = ___________ m

Direktes Ordnen

Quelle: Teil a: eigene Aufgabe; Teil b: ZP10 2016, M MSA HT, Prüfungsteil I, Aufgabe 1; Teil c: ZP10 2015, M MSA HT, Prüfungsteil I, Aufgabe 1

a) Ordne die Zahlen der Größe nach. Beginne mit der kleinsten Zahl.
$2; \quad -1; \quad -35; \quad 24; \quad 8$

b) Ordne die Zahlen der Größe nach. Beginne mit der kleinsten Zahl.
$-\frac{1}{3}; \quad 0{,}4; \quad \frac{6}{10}; \quad -\frac{1}{4}$

c) Ordne folgende Zahlen der Größe nach. Beginne mit der kleinsten Zahl.
$10^8; \quad 2^{-1}; \quad \frac{1}{3}; \quad 10^{-1}; \quad 2^8$

Ziffern finden

Quelle: ZP10 2016, M HSA HT, Prüfungsteil I, Aufgabe 2

Setze für das Kästchen □ eine Ziffer ein, sodass die Aussage stimmt.

a) $0{,}01 > 0{,}0\square 9$

b) $\square^2 < 4^2$

c) $\frac{5}{\square} < \frac{5}{8}$

Zahlbereiche erweitern

Beispiele

Quelle: eigene Aufgabe

a) Nenne Beispiele aus dem Alltag, bei denen die natürlichen Zahlen zur Beschreibung des Sachverhalts nicht ausreichen, sondern Bruchzahlen erforderlich sind.

b) (*) Ordne die folgenden Zahlen allen Mengen $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ und $\mathbb{R}$ zu, zu denen sie gehören.
$\sqrt{2}; \quad 0; \quad -3; \quad 5; \quad 2{,}7$

c) Begründe, warum $\frac{2}{2}$ auch eine natürliche Zahl ist.

d) (*) Begründe, warum jede natürliche Zahl auch eine Bruchzahl ist.

Die Wurzel von 2

Quelle: eigene Aufgabe

a) Peter behauptet: „$\sqrt{2}$ ist 1,4“.
Zeige rechnerisch, dass Peter nicht recht hat.

b) (**) Tabea überlegt:
$1^2 = 1 < 2 < 4 = 2^2$;
$1{,}4^2 = 1{,}96 < 2 < 2{,}25 = 1{,}5^2$;
$1{,}41^2 = 1{,}9881 < 2 < 2{,}0164 = 1{,}42^2$;
usw.
Erläutere, welche Zahl Tabea mit ihrem Vorgehen annähert, und begründe warum dies gelingt.

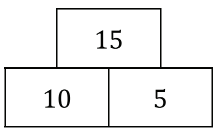
Rechnen mit rationalen Zahlen

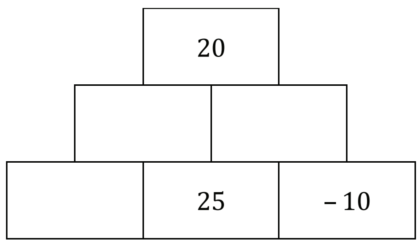
Zahlenmauer

Quelle: ZP10 2017, M HSA HT, Prüfungsteil I, Aufgabe 2

Eine Zahlenmauer entsteht, wenn man die Zahlen von benachbarten Steinen addiert. Vervollständige die Zahlenmauer rechts.

Beispiel:





Multiplikation einer Dezimalzahl mit einer Stufenzahl

Quelle: CoSH, 2014, Aufgabe 21a

Berechne: $0{,}005 \cdot 100$.

Vermischtes zu Rechenarten

Quelle: eigene Aufgaben

Berechne möglichst vorteilhaft:

a) $\left(\frac{26}{52}\right)^8$; $\left(\frac{2}{2}\right)^{50}$; $\frac{2^2}{2}$

b) $0{,}8 \cdot 17 + 3{,}2 \cdot 17$

c) $32 \cdot \left(\frac{5}{16} + \frac{4}{8}\right)$

Abschätzen

Quelle: CoSH, 2014, Aufgabe 13

Mache zuerst einen Überschlag und berechne dann schriftlich.

a) $3\,221 + 749 + 8\,070$

b) $54 \cdot 64$

c) $851 \cdot 549$

d) $1269 : 47$

e) 83^3

Quadrate überschlagen

Quelle: CoSH, 2014, Aufgabe 20

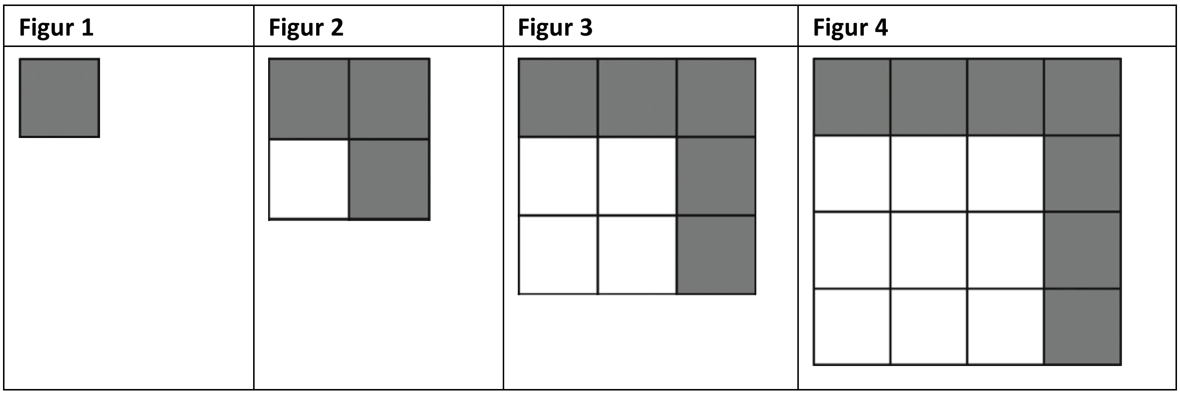
a) (*) Begründe, dass $\left(\frac{99}{41}\right)^2$ zwischen 4 und 9 liegt.

b) Zwischen welchen aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen liegt $\sqrt{150}$?

Quadrate (I)

Quelle: ZP10 2017, M MSA HT, Prüfungsteil II, Aufgabe 2

Anna zeichnet nach einem bestimmten Muster Figuren aus grauen und weißen Quadraten.



a) Die Figuren werden fortgesetzt. Skizziere Figur 5.

b) Ergänze die fehlenden Werte in der Tabelle.

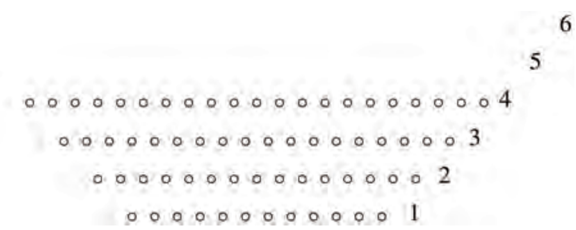
Figur	**5**	**6**	**7**
Anzahl aller Quadrate		36	
Anzahl der weißen Quadrate			
Anzahl der grauen Quadrate			13

c) (*) Begründe, dass Annas Aussage richtig ist: „Die Anzahl der weißen Quadrate beträgt bei keiner Figur genau 200.“

Kino

Quelle: LSE NRW 2005, nach Basiswissen Mathematik, Aufgabe B 4.09

In einem Kino hat die erste Reihe 12 Plätze, die zweite Reihe hat 15 Plätze, Reihe 3 hat 18 Plätze usw. Jede Reihe hat drei Plätze mehr bis hin zur letzten Reihe.
Die Abbildung zeigt die Anordnung der ersten Sitzreihen.



a) Wie viele Plätze hat die Reihe 6?

b) Enzo sitzt in einer Reihe mit 39 Plätzen.
In welcher Reihe sitzt er?

Drucker

Quelle: CoSH, 2014, Aufgabe 13

Schätze bei den folgenden Aufgaben zuerst das Ergebnis und berechne es anschließend.

a) (*) Wenn man die Zahlen $a = (10^{10})^{10}$ und $b = 10^{(10^{10})}$ ausschreibt, beginnen sie mit einer 1, danach kommen viele Nullen. Wie viele Stellen haben die Zahlen a bzw. b?

b) (*) Ein Drucker gibt 200 Ziffern pro Sekunde aus. Wie lange braucht er, um die ausgeschriebenen Zahlen a bzw. b zu drucken?

Terme umformen

Teiler

Quelle: eigene Aufgabe

a) Gib alle natürlichen Zahlen an, die Teiler der Zahl 24 sind.

b) Gib die größte Zahl an, die gleichzeitig Teiler von 42 und 105 ist.

c) Entscheide begründet, welche der folgenden Zahlen durch 3 teilbar sind:
9; 10; 106; 2124; 100000800000000

d) (*) Entscheide begründet, welche der Zahlen aus Aufgabenteil (c) auch durch 6 teilbar ist.

e) (*) Begründe die folgende Teilbarkeitsregel für 4: „Eine Zahl ist genau dann durch 4 teilbar, wenn die Zahl, die durch ihre letzten beiden Ziffern gebildet wird, durch 4 teilbar ist.“

Vielfache

Quelle: eigene Aufgabe

a) Gib alle Vielfachen der Zahl 4 an, die zwischen 50 und 70 liegen.

b) Gib eine Zahl an, die gleichzeitig Vielfaches von 6 und 15 ist.

c) Finde die kleinste Zahl, die gleichzeitig Vielfaches von 6 und 15 ist.

Terme zusammenfassen

Quelle: Teil a: ZP10 2017, M HSA HT, Prüfungsteil I, Aufgabe 4; Teil b: eigene Aufgabe

Löse die Klammern auf. Fasse anschließend zusammen:

a) $3 \cdot (2x + 5y) + (-5x)$

b) $(9x + y)(x + 5y)$

Binomische Formel

Quelle: Teil a: eigene Aufgabe; Teil b: ZP10 2017, M MSA, Prüfungsteil II, Aufgabe 2d

a) Vereinfache: $(a + 2b)^2 + (a + b) \cdot (5a + b)$.

b) Zeige durch Termumformungen, dass die folgenden Terme gleichwertig sind:
$n^2 - (n - 1)^2$ und $2 \cdot n - 1$.

Bruchterme

Quelle: eigene Aufgabe

a) (*) Vereinfache den folgenden Term so weit wie möglich: $\frac{(a+2)^2}{3a^2+12a+12}$.

b) (**) Max behauptet: „Der Term $\frac{x^2+8x+16}{x+4}$ ist gleichwertig zum Term $\frac{2x^2+12x+16}{2x+4}$. Kann das stimmen? Begründe!

Gleichungen und Gleichungssysteme lösen

Lineare Gleichungen

Quelle: Teil a: ZP10 2015, M HSA HT, Prüfungsteil I, Aufgabe 3; Teil b: ZP10 2016, M MSA HT, Prüfungsteil I, Aufgabe 4; Teil c: Eigene Aufgabe

a) Löse die Gleichung: $2x + 1{,}8 = 3{,}6 - x$.

b) Bestimme den Wert der Unbekannten x. Notiere deine Rechnung.
$12x - 5 = 3x + 13$

c) (*) Begründe, warum die folgende Gleichung keine Lösung hat:
$0 \cdot x + 25 = 13$.

d) (*) Löse die Gleichung $3 = \frac{5}{x}$.

Freizeitpark

Quelle: ZP10 2016, M MSA HT, Prüfungsteil II, Aufgabe 2a

Die Mitglieder eines Sportvereins unternehmen einen Ausflug in einen großen Freizeitpark. 82 Jugendliche sowie 10 Betreuerinnen und Betreuer nehmen als Gruppe an dem Ausflug teil. An der Kasse des Parkeingangs hängen die Preisinformationen aus (vgl. Tabelle).

Eintrittspreise Freizeitpark	
Preis pro Person	26,00 €
Preis pro Person in einer Gruppe* (ab 8 Personen)	23,00 €
* Jede 10. Person erhält freien Eintritt.	

Berechne den Eintrittspreis, den die Gruppe zahlen muss.

Nullstellen quadratischer Funktionen

Quelle: eigene Aufgabe

Bestimme die Nullstellen der Funktionen:

a) $f(x) = x^2 - 2x + 1$

b) $g(x) = 3 \cdot (x + 3) \cdot (x - 4)$

c) $h(x) = (x - 2)^2 - 4$

d) $i(x) = -x^2 + 3x + 4$

e) $k(x) = 9x^2 + 81$

f) $l(x) = 4x^2 + 24x - 64$

Exponentialgleichungen

Quelle: eigene Aufgabe

a) Bestimme die Lösung der folgenden Gleichung: $2^x = 8$.

b) Löse durch systematisches Probieren: $5^x = 78125$.

c) (**) Löse unter Verwendung der Notation „log“: $3^x = 20$.

Lösbarkeit

Quelle: eigene Aufgabe

(**) Untersuche, für welche reellen Zahlen k die Gleichung $x^2 + 2k \cdot x + 2$ genau zwei Lösungen besitzt, und begründe deine Antwort.

Verschiedene Lösungsverfahren

Quelle: eigene Aufgabe

a) (*) Wähle für die folgenden Gleichungssysteme (A, B und C) jeweils ein vorteilhaftes Lösungsverfahren aus und begründe deine Wahl.

b) Löse die drei Gleichungssysteme. Notiere deinen Lösungsweg.

(A) $\begin{aligned} 3 \cdot x + y &= 8 \\ y &= 7 \cdot x - 22 \end{aligned}$

(B) $\begin{aligned} -x + 6y &= 5 \\ 3x + 8y &= 11 \end{aligned}$

(C) $\begin{aligned} 4y &= 2x - 1 \\ 4y &= 3x - 6 \end{aligned}$

Geraden schneiden

Quelle: CoSH, 2014, Aufgabe 90

a) Zeichne die beiden Geraden g und h in ein Koordinatensystem und lies den Schnittpunkt ab.

g: $y = -2x + 1$

h: $y = x - 3$

b) Berechne den Schnittpunkt der beiden Geraden.

c) (**) Schätze mit den beiden Ergebnissen die Ablese- bzw. Zeichengenauigkeit ab.

Lineare Gleichungssysteme

Quelle: M MSA 2017 HT, Prüfungsteil I, Aufgabe 4 und CoSH, 2014, Aufgabe 18

a) (*) Begründe, warum das folgende lineare Gleichungssystem (LGS) keine Lösung hat.

I $y = 4x + 8$

II $y = 4x + 5$

Betrachte das LGS $\begin{vmatrix} x - 4y & = 5 \\ 2x - y & = -4 \end{vmatrix}$.

b) Löse das LGS rechnerisch und notiere dein Vorgehen.

c) Die beiden Gleichungen des LGS können als Geraden interpretiert werden. Skizziere die beiden Geraden und gib die Gleichung der beiden Geraden in der Form $y = m \cdot x + b$ an.

In dem LGS wird ein Faktor a eingeführt:

$$\begin{vmatrix} x - 4y & = 5 \\ a \cdot x - y & = -4 \end{vmatrix}$$

d) (**) Welche geometrische Bedeutung hat der Faktor a?

e) (**) Welchen Wert muss der Faktor a haben, damit das LGS keine Lösungen hat? Erläutere dein Vorgehen.

Schwimmbad

Quelle: CoSH, 2014, Aufgabe 4

Ein Schwimmbecken mit dem Volumen 720 m^3 kann durch zwei Leitungen mit Wasser gefüllt werden. Eine Messung ergab, dass die Füllung des Beckens mit beiden Leitungen zusammen 45 Minuten dauert. Die Füllung mit der ersten Leitung alleine dauert zwei Stunden.

a) (*) Wie groß ist die Wassermenge, die durch jede der beiden Leitungen pro Minute ins Becken gepumpt werden kann?

b) (*) Wie lange benötigt man bei der Benutzung nur der zweiten Leitung, um das Becken zu füllen?

Funktionen – Beziehungen und Veränderung beschreiben und erkunden

Kompetenzerwartungen am Ende der Sekundarstufe I

Im Bereich Funktionen werden von den Schülerinnen und Schülern am Ende der Sekundarstufe I die folgenden Kompetenzen erwartet (Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen, 2007; Ministerium für Schule, Jugend und Kinder des Landes Nordrhein-Westfalen, 2004a, 2004b):

Die Schülerinnen und Schüler besitzen ein grundlegendes Verständnis von funktionaler Abhängigkeit und nutzen ihre Kenntnisse zum Erfassen und Beschreiben von Beziehungen und Veränderungen in Mathematik und Umwelt.

1. Sie stellen funktionale Zusammenhänge, insbesondere lineare, quadratische, exponentielle Funktionen, Sinusfunktion, in sprachlicher Form, in Tabellen, als Graphen und in Termen dar und interpretieren sie situationsgerecht.
2. Sie identifizieren proportionale und antiproportionale Funktionen, wenden Dreisatz, Prozentrechnung und Zinsrechnung an und rechnen mit Maßstäben.
3. Sie grenzen lineares, quadratisches und exponentielles Wachstum an Beispielen voneinander ab.

Was kann hilfsmittelfrei erwartet werden?

Bei Funktionen kommen digitale Hilfsmittel vielfach zum Einsatz: bei der Berechnung von Funktionswerten, dem Erstellen von Wertetabellen und Graphen sowie der dynamischen Darstellung funktionaler Zusammenhänge. Dazu kommen noch die Prozent- und Zinsrechnung sowie die Berechnung von Maßstäben, die meist den Umgang mit großen Zahlen verlangt. Dennoch ist es sinnvoll, dass Graphen und Wertetabellen ebenso wie einfache Prozentwerte auch ohne Hilfsmittel gezeichnet bzw. berechnet werden können. Dabei beschränken sich die verlangten Berechnungen auf Zahlen, die mit vertretbarem Aufwand bewältigt werden können. Was darunter zu verstehen ist, orientiert sich an dem im Abschnitt „Arithmetik/Algebra“ Aufgezeigten. Durch ein Asteriskus (*) gekennzeichnete Aufgaben sollten Schülerinnen und Schüler lösen können, die Interesse an Wi-MINT-Fächern und -Berufen zeigen. Werden in den Aufgaben Kompetenzen angesprochen, die verstärkt höhere Anforderungsniveaus erfordern, so sind diese mit (**) kenntlich gemacht.

Einzelkompetenzen

Die diesen Kompetenzen untergeordneten Einzelkompetenzen der jeweiligen Jahrgangsstufen lassen sich verschiedenen Bereichen zuordnen, die im Folgenden dargestellt sind. Dabei wurden von den Kompetenzen der Kernlehrpläne Gesamtschule im Erweiterungskurs und der Realschule (MSJK, 2004a, 2004b) und des Gymnasiums (G8) (MSW, 2007) im Falle von Abweichungen die jeweils umfassendere Kompetenz gewählt. Hinter jeder unten aufgelisteten Kompetenz ist in eckigen Klammern, beispielsweise [A.13], eine Kurzkennung notiert. Diese Kurzkennungen werden in der Aufgabenauflistung hinten im Heft verwendet, um auf die hier aufgelisteten Kompetenzen zu verweisen.

Prozentrechnung

Die Schülerinnen und Schüler …

- berechnen Prozentwert, Prozentsatz und Grundwert in Realsituationen (auch Zinsrechnung) **[F.01]**

Darstellungswechsel

Die Schülerinnen und Schüler …

- lesen Informationen aus Tabellen und Diagrammen in einfachen Sachzusammenhängen ab **[F.02]**
- erkunden Muster in Beziehungen zwischen Zahlen und stellen Vermutungen auf **[F.03]**
- interpretieren Graphen von Zuordnungen und Terme linearer funktionaler Zusammenhänge **[F.04]**
- stellen Funktionen (lineare, quadratische, exponentielle, Sinusfunktion) und Zuordnungen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, als Graphen und in Termen dar, wechseln zwischen diesen Darstellungen und benennen ihre Vor- und Nachteile **[F.05]**

Parameter deuten

Die Schülerinnen und Schüler …

- deuten die Parameter der Termdarstellungen von linearen, quadratischen und exponentiellen Funktionen in der grafischen Darstellung und nutzen dies in Anwendungssituationen **[F.06]**

Proportionalität, Antiproportionalität und Linearität

Die Schülerinnen und Schüler …

- nutzen gängige Maßstabsverhältnisse **[F.07]**
- identifizieren proportionale, antiproportionale und lineare Zuordnungen in Tabellen, Termen und Realsituationen **[F.08]***
- wenden die Eigenschaften von proportionalen, antiproportionalen und linearen Zuordnungen sowie einfache Dreisatzverfahren zur Lösung außer- und innermathematischer Problemstellungen an **[F.09]**

Lösung inner- und außermathematischer Problemstellungen

Die Schülerinnen und Schüler …

- wenden lineare, quadratische und exponentielle Funktionen zur Lösung außer- und innermathematischer Problemstellungen an (auch Zins und Zinseszins) **[F.10]**
- verwenden die Sinusfunktion zur Beschreibung einfacher periodischer Vorgänge **[F.11]**

Wachstum voneinander abgrenzen

Die Schülerinnen und Schüler …

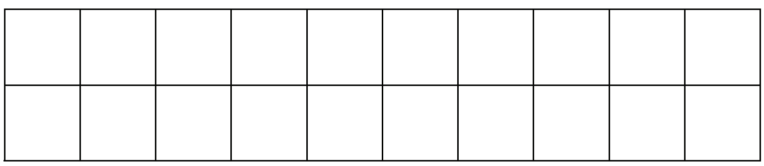
- grenzen lineares, quadratisches und exponentielles Wachstum an Beispielen voneinander ab **[F.12]**

Prozentrechnung

Zeichnung

Quelle: eigene Aufgabe

Schraffiere 52,5 % der Fläche:



Prozentaufgaben

Quelle: Vertiefungsfach Modul D; Teil e: eigene Aufgabe

a) Wie viel Prozent sind 6 min von 1 Stunde?

b) Wie viel Prozent sind 8 m von 4 km?

c) Wie viel sind 5 % von 90 €?

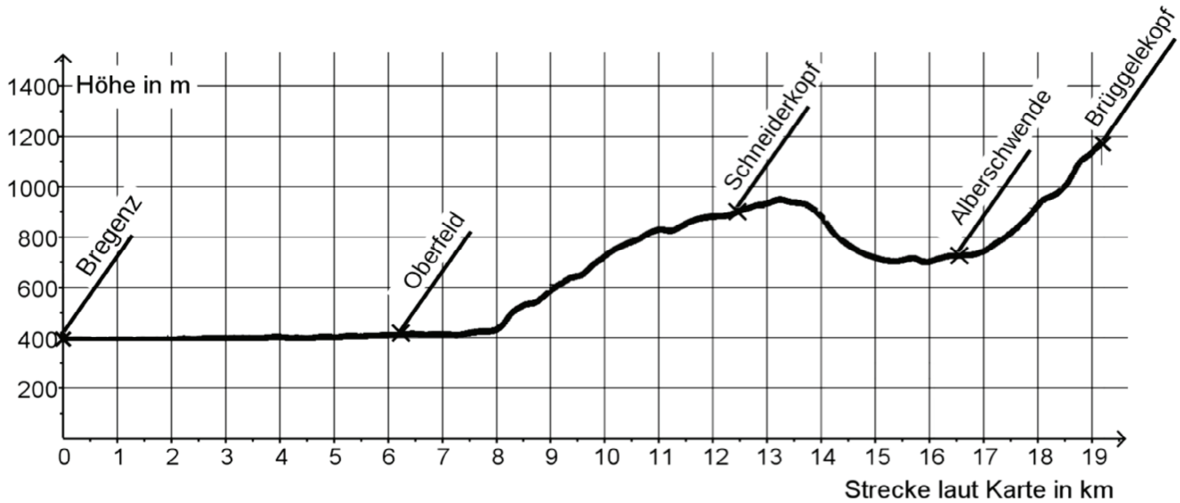
d) Wie viel sind 8 % von 50 Gramm?

e) Ein angelegtes Kapital erbringt bei einer jährlichen Verzinsung von 2 % in einem Jahr 40 € Zinsen. Wie hoch ist das angelegte Kapital?

Wanderung (I)

Quelle: ZP10 M MSA HT 2015 Teil II

Die zweite Etappe einer Wanderung von Bregenz bis zum Brüggelekopf plant Karla mithilfe eines Höhenprofils (siehe Abbildung unten). Sie möchte wissen, welche Auf- und Abstiege sie bei ihrer Wanderung bewältigen muss. Das Höhenprofil ordnet jedem Punkt des Weges auf der Karte seine Höhe über dem Meeresspiegel zu.



Steigungen im Gelände werden üblicherweise in Prozent angegeben.

(*) Berechne die ungefähre Steigung in Prozent für die letzten 2 km.

Plätzchenverkauf

Quelle: angelehnt an ZP10 M MSA HT 2016, Teil I, Aufgabe 5

In einer Aktion wirbt ein Geschäft:

> Sonderangebot!
>
> 20 % mehr Inhalt
>
> 150 Gramm für nur 1,89 €

(*) Berechne, wie schwer die Verpackung vor der Aktion war.

Bevölkerungsstatistik

Quelle: CoSH, 2014, Nr. 1

Im Jahr 2006 hatte Deutschland 41,27 Millionen weibliche und 40,27 Millionen männliche Einwohner. In Baden-Württemberg lebten 10,75 Millionen Menschen, davon waren 50,88 % weiblich. Die Anzahl der Ausländer betrug in Deutschland 7,29 Millionen, in Baden-Württemberg 1,27 Millionen und in Hamburg 250.000.

a) Formuliere drei Fragen, die mithilfe dieser Daten beantwortet werden können.

b) (*) Formuliere eine Frage, für deren Beantwortung mindestens eine weitere Information notwendig ist.

Abschlussfahrt

Quelle: ZP10 M HSA HT 2016, Teil II, Aufgabe 2

Eine Firma wirbt mit folgender Rabattaktion: Grundpreis für jeden Teilnehmer 176 €, jede 10. Person zahlt nichts. Uli behauptet: „Da jede 10. Person nichts zahlt, beträgt der Preisnachlass immer genau 10 %.“

(*) Überprüfe Ulis Behauptung.

Smart Home (I)

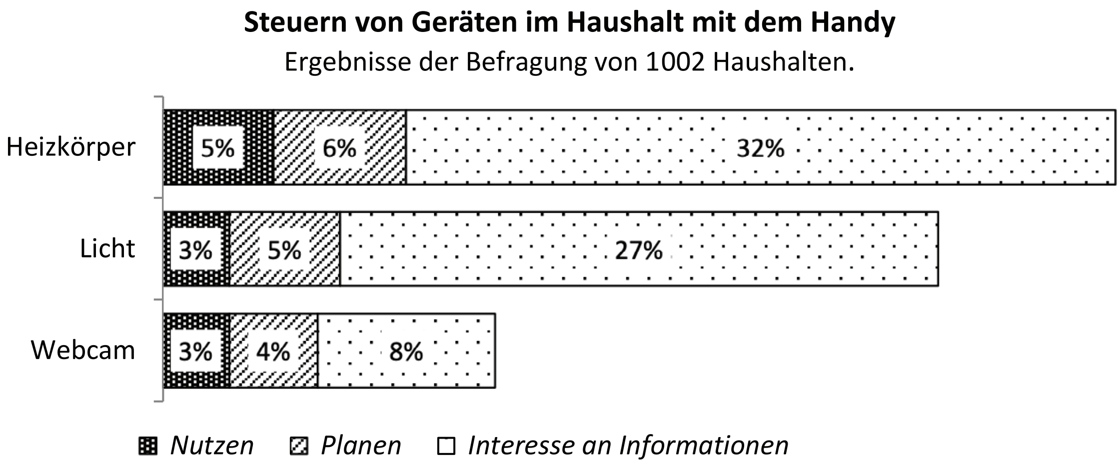
Quelle: ZP10 M HSA HT 2016, Teil II, Aufgabe 3

Zum Steuern von Geräten mit ihrem Handy wurden 1002 Haushalte befragt (siehe Abbildung unten):

Nutzen Sie bereits ein Handy zum Steuern der Geräte im Haushalt?
Planen Sie, Geräte mit dem Handy zu steuern?
Haben Sie Interesse an Informationen?

a) 5 % der befragten Haushalte planen, Licht mit dem Handy zu steuern. Wie viele Haushalte sind das?

b) (*) Entscheide mithilfe der Abbildung und kreuze entsprechend an.



	trifft zu	trifft nicht zu	nicht zu beantworten
6 % der befragten Haushalte planen, ihre Heizkörper mit dem Handy zu steuern	☐	☐	☐
27 der 1002 Haushalte haben Interesse an Informationen, um das Licht mit dem Handy zu steuern	☐	☐	☐
Alle Haushalte, die das Licht mit dem Handy steuern, haben sich auch eine Webcam gekauft.	☐	☐	☐
Jeder zwanzigste der befragten Haushalte nutzt bereits ein Handy zum Steuern der Heizkörper.	☐	☐	☐

Kreissektoren (Prozentaufgabe mit Kreis vernetzt)

Quelle: CoSH, 2014, Nr. 32

Ein Kreissektor füllt 30 % der Fläche eines Kreises aus.

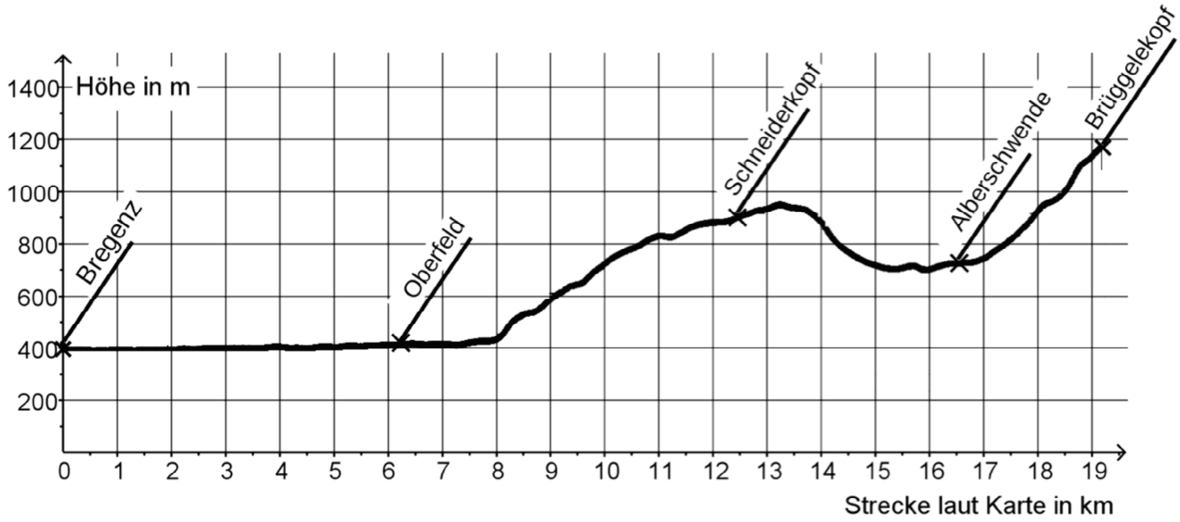
(*) Welchem Mittelpunktswinkel entspricht das?

Darstellungswechsel

Wanderung (II)

Quelle: ZP10 M MSA HT 2015, Teil II, Aufgabe 1b-g

Die zweite Etappe der Wanderung von Bregenz bis zum Brüggelekopf plant Karla mithilfe eines Höhenprofils (siehe Abbildung unten). Sie möchte wissen, welche Auf- und Abstiege sie bei ihrer Wanderung bewältigen muss. Das Höhenprofil ordnet jedem Punkt des Weges auf der Karte seine Höhe über dem Meeresspiegel zu.



Karlas Höhenprofil zeigt von Bregenz aus die Strecke laut Karte in km und die jeweilige Höhe in m an.

a) In Oberfeld will Karla ihre erste Pause machen. Entnimm der Abbildung oben die Länge der Strecke von Bregenz bis Oberfeld.

b) Das letzte Stück des Weges zwischen Alberschwende und dem Brüggelekopf ist ziemlich steil. Wie viele Meter liegt der Brüggelekopf höher als der Ort Alberschwende?

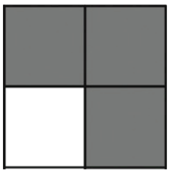
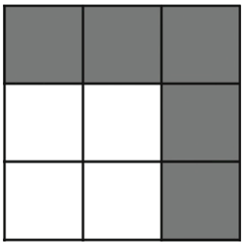
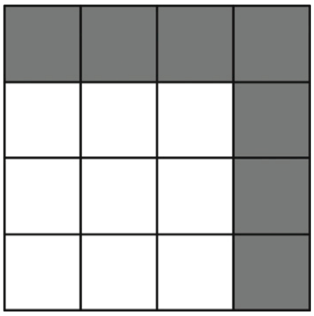
Auf den letzten 2 km vor dem Brüggelekopf (Strecke laut Karte) müssen noch 400 m Höhe überwunden werden.

c) (*) Karlas kleiner Bruder behauptet: „Die Strecke, die du wandern musst, ist länger als 2 km.“ Hat Karlas kleiner Bruder Recht? Begründe deine Entscheidung.

Quadrate (II)

Quelle: ZP10 M MSA HT 2017, Teil II, Aufgabe 2e

Anna und Hussam zeichnen nach einem bestimmten Muster Figuren aus grauen und weißen Quadraten.

Figur 1	**Figur 2**	**Figur 3**	**Figur 4**
			

Die Anzahl der grauen Quadrate wird mit jeder Figur größer. Anna und Hussam stellen jeweils einen richtigen Term auf, mit der sie die Anzahl der grauen Quadrate in Figur n berechnen können.

Anna: $n^2 - (n-1)^2$

Hussam: $2 \cdot n - 1$

(*) Beschreibe für einen der beiden Terme, wie damit die Anzahl der grauen Quadrate berechnet wird.

Smart Home (II)

Quelle: in Anlehnung an ZP10 M HSA HT 2016, Teil II, Aufgabe 3

Im Jahr 2013 gab es in Deutschland 315 000 Haushalte, die ihr Handy zum Steuern von Geräten nutzen. Nach einer Schätzung kommen pro Jahr 90 000 Haushalte dazu.

a) Es sei x die Anzahl der Jahre nach 2013. Erstelle einen Funktionsterm, welcher in Abhängigkeit von x die Anzahl der Haushalte angibt, die ihre Geräte mit dem Handy steuern.

b) Bestimme, wie viele Haushalte drei Jahre später Geräte mit dem Handy steuern.

Kerze

Quelle: angelehnt an ZP10 M HSA HT 2017, Teil II, Aufgabe 1

Jannik möchte herausfinden, wie lange die nebenstehende Kerze noch brennen kann. Er hat dazu eine Messung begonnen.

a) Ergänze die Tabelle.

Zeit in h	0	2	4	6
Länge der Kerze in cm	15	12,5		

b) (*) Erstelle einen Funktionsterm, der die „Resthöhe" der Kerze in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt.

c) (*) Berechne mithilfe deines Terms den Zeitpunkt, an dem die Kerze abgebrannt ist.

Abschlussfahrt

Quelle: ZP10 M HSA HT 2016, Teil II, Aufgabe 2

Die Schülerinnen und Schüler der Klasse 10a planen eine Fahrt nach Hamburg und möchten dort eine Hafenrundfahrt mitmachen und das Miniatur-Wunderland besuchen. Sie finden folgende Preisangaben:

Hafenrundfahrt	Erwachsene:	21,00 €
	Jugendliche (unter 18):	10,50 €
Miniatur-Wunderland	Erwachsene:	13,00 €
	Jugendliche (unter 18)	9,00 €

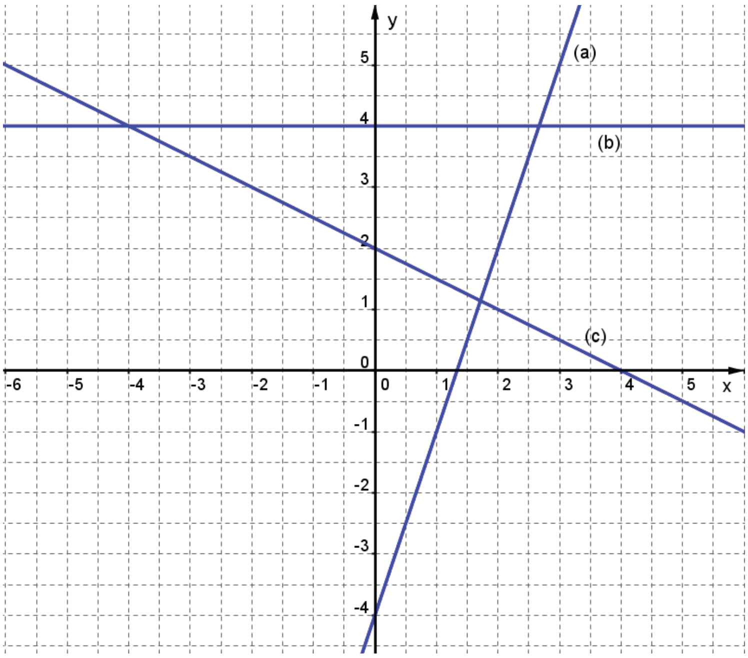
Die Kosten für die Hafenrundfahrt und das Miniatur-Wunderland können so berechnet werden:

$$\text{Kosten} = x \cdot (21{,}00 + 13{,}00) + y \cdot (10{,}50 + 9{,}00)$$

Gib die Bedeutung von x und y in dieser *Rechnung* an.

Geradengleichungen

Quelle: SINUS.NRW, 2011, F7



In der Abbildung sind drei lineare Funktionen graphisch dargestellt.

(*) Gib jeweils die Steigung und den y-Achsenabschnitt an und nenne den Funktionsterm.

Darstellungswechsel bei linearen Funktionen

Quelle: CoSH, 2014, Nr. 85

Skizziere die Graphen folgender Funktionen:

a) $y = -2x + 3$

b) (*) $-2x + y - 5 = 0$

c) die Gerade mit der Steigung 3 durch den Punkt $P(0|3)$

d) die Gerade mit der Steigung -2 durch den Punkt $Q(2|3)$

e) die Gerade durch die Punkte $A(-4|-3)$ und $B(1|3)$

Wertetabelle

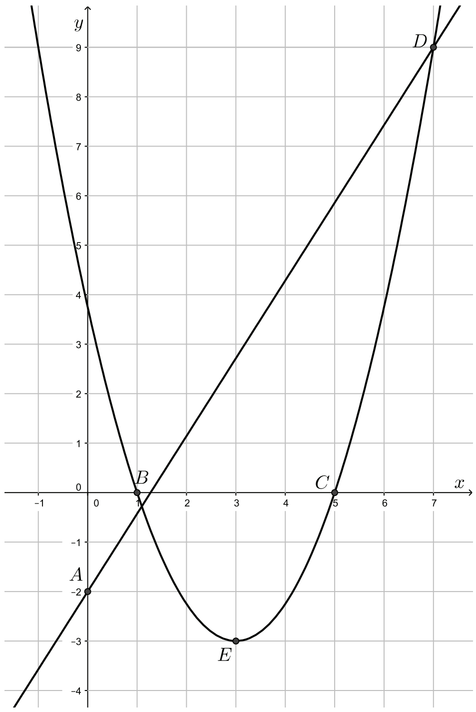
Quelle: SINUS.NRW, 2011, F5

Gegeben ist die Funktion g durch $g(x) = 0{,}5x^2 + 2x + 1$

Zeichne den Graphen. Erstelle dazu eine geeignete Wertetabelle.

Parabel und Gerade

Quelle: SINUS.NRW, 2011, T3 verändert



In der Abbildung siehst du die Graphen zu zwei Funktionen f und g.

a) (*) Bestimme die Funktionsterme.

b) (*) Bezeichne die Punkte A, B, C, D und E mit den entsprechenden Fachbegriffen.

Gletschereisbrücke

Quelle: ZP10 M GYM HT 2017, Teil II, Aufgabe 3

Am Moreno-Gletscher in Argentinien gab es eine Brücke aus Eis. Sie entstand, weil Wasser den Gletscher unterhöhlt hat. Am 10.03.2016 ist diese riesige Eisbrücke eingestürzt.

Der Brückenbogen konnte annähernd mit einer Parabel beschrieben werden (Abbildung 1).

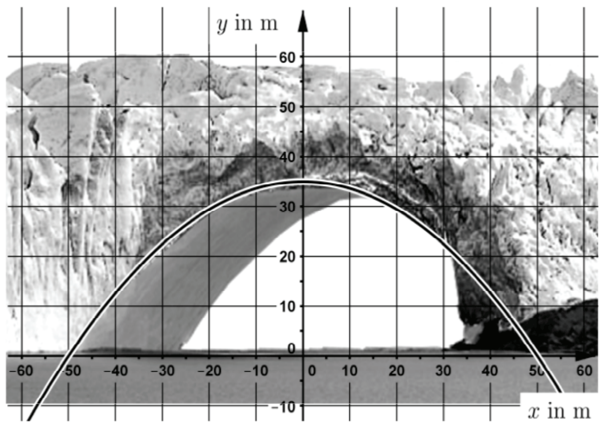


Abbildung 1: Eisbrücke am Moreno-Gletscher

a) Entnimm der Abbildung 1 die Spannweite des parabelförmigen Brückenbogens.

b) (*) Bestimme die Funktionsgleichung der Parabel, die den Brückenbogen beschreibt.

Exponentialfunktion

Quelle: eigene Aufgabe

Gegeben ist eine Funktion f durch die Vorschrift $f(x) = 2^x$.

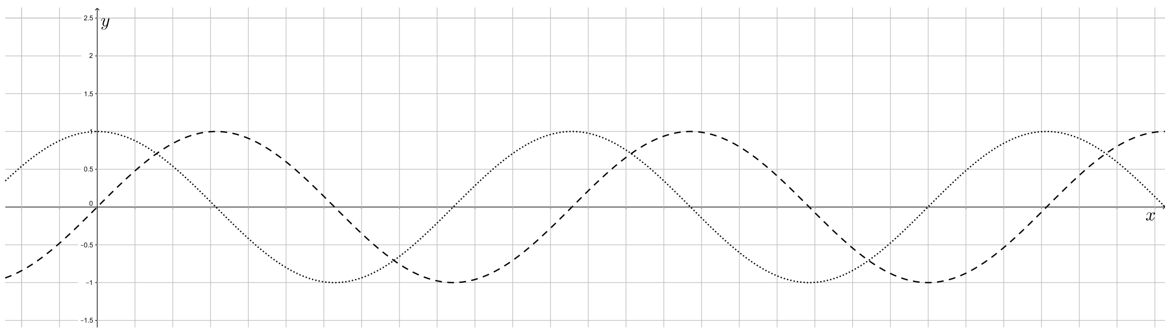
a) Zeichne den Graphen von f. Erstelle dazu eine geeignete Wertetabelle.

b) (*) Vergleiche den Graphen mit dem Verlauf des Graphen von $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Sinus und Kosinus

Quelle: eigene Aufgabe

Hier siehst du die Graphen der Sinus- und der Kosinusfunktion.



a) Welcher der beiden Graphen stellt den Graphen der Sinusfunktion dar? Begründe.

b) Beschrifte die x-Achse mit Werten zwischen 0° und 360°; wähle geeignete Werte aus.

c) Beschreibe Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen den beiden Abbildungen. Wie geht der gestrichelte Graphen aus dem gepunkteten hervor?

Funktionaler Zusammenhang (Fachwortschatz funktionale Zusammenhänge)

Quelle: SINUS.NRW, 2011, F1

Für eine Funktion f mit der Funktionsvorschrift $f(x) = y$ weiß man, dass „$f(4) = 5$" gilt. Kreuze an, welche der folgenden Aussagen über f ebenfalls mit Sicherheit richtig sind.

	richtig
Für y wurde die Zahl 4 eingesetzt.	☐
Der Graph der Funktion geht durch den Punkt (4|5).	☐
An der Stelle 5 hat die Funktion den Wert 4.	☐
Egal, was man einsetzt, es kommt immer 5 heraus.	☐
An der Stelle 4 hat die Funktion den Wert 5.	☐
Für x wurde die Zahl 4 eingesetzt.	☐

Parameter deuten

Vom Term zum Graph

Quelle: SINUS.NRW, 2011, F5 Struktur verändert

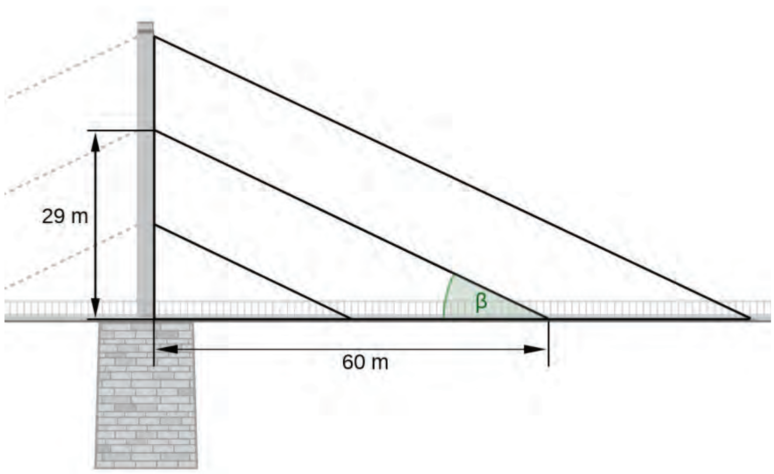
(*) Entscheide durch Ankreuzen des zugehörigen Kästchens, welche Aussagen [über die Graphen der gegebenen Funktionen] richtig und welche falsch sind. Begründe deine Entscheidungen bei allen Aussagen in Stichworten.

		richtig	falsch	Begründung
a)	$y = \frac{1}{2}x - 2$ und $y = -0{,}5x - 1$ sind parallel.	☐	☐	
b)	$y = 0{,}3x + 5$ verläuft durch den Ursprung.	☐	☐	
c)	$y = 0{,}3x + 5$ und $y = \frac{1}{3}x + 1$ haben dieselbe Steigung.	☐	☐	
d)	$y = \frac{1}{3}x$ verläuft steiler als $y = \frac{1}{2}x + 3$.	☐	☐	
e)	$y = 5x + 1$ und $y = \frac{1}{3}x + 1$ schneiden sich auf der *y*-Achse.	☐	☐	

Theodor-Heuss-Brücke (I)

Quelle: ZP10 M MSA HT 2014, Teil II, Aufgabe 1f

Die Theodor-Heuss-Brücke in Düsseldorf ist eine sogenannte Schrägseilbrücke. Die Brücke wird von Seilen gehalten, welche an einem Mast aufgehängt sind. Im Folgenden wird nur die rechte Seite betrachtet.



An dem Mast sind drei parallele Seile im Abstand von 14,5 m befestigt. Die Seile treffen jeweils im Abstand von 30 m auf die Fahrbahn. Der Mast ragt oberhalb des letzten Seils noch 50 cm hinaus (vgl. Abbildung). Den Verlauf der Seile der

Theodor-Heuss-Brücke kann man mit Funktionsgleichungen beschreiben. Das Koordinatensystem wird folgendermaßen festgelegt: Die Fahrbahn wird als x-Achse und der Mast als y-Achse betrachtet. Der Schnittpunkt von Fahrbahn und Mast ist der Punkt $O(0|0)$. Die Lage des mittleren Seils kann durch die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = -0{,}4833 \cdot x + 29$ beschrieben werden.

a) Ergänze das geeignete Koordinatensystem in der obenstehenden Skizze und lege die Einteilung der Achsen fest.

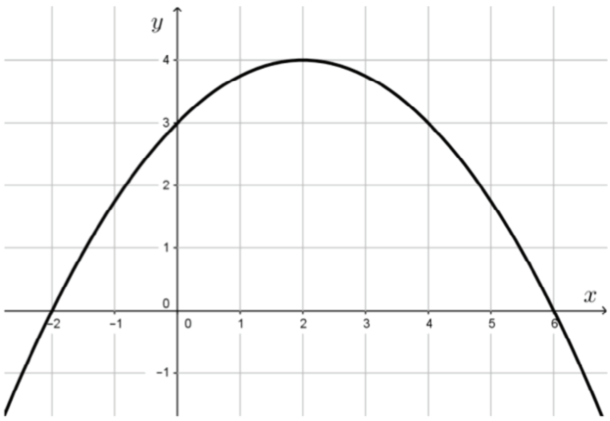
b) (*) Erläutere, warum die Funktion $g(x) = -0{,}4833 \cdot x + 43{,}5$ die Lage des oberen Seils beschreibt.

c) (*) Bestimme die Funktionsgleichung des kürzesten Seils.

Vom Graph zum Term

Quelle: SINUS.NRW, 2011, F6

(*) Gegeben ist das Schaubild einer Funktion. Kreuze an, welche Funktionsgleichung zum Schaubild passt und begründe deine Entscheidung in Stichworten.



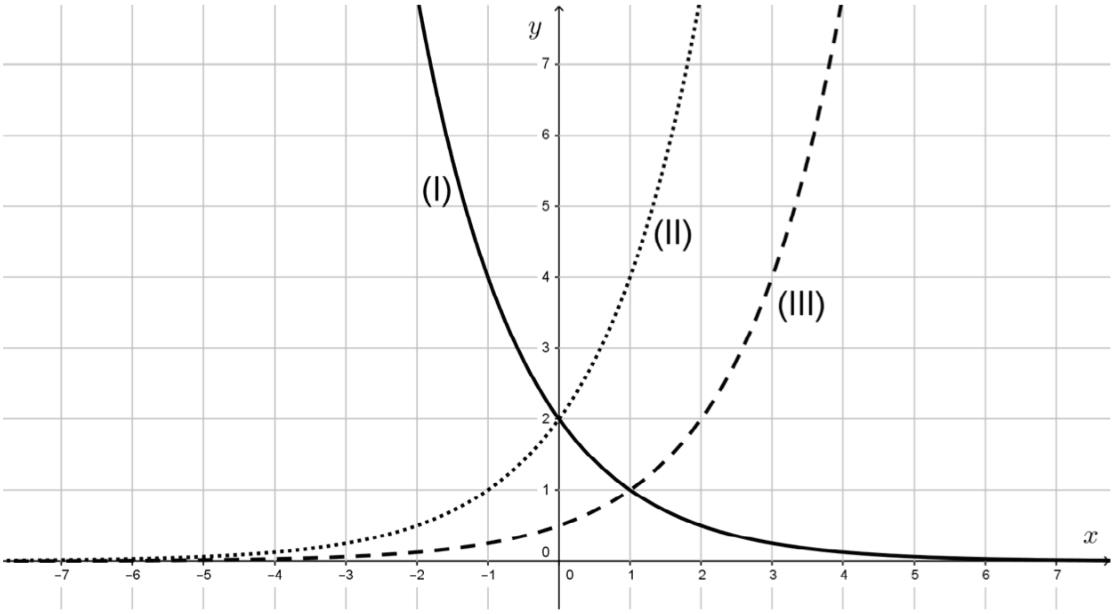
		richtig	falsch	Begründung
a)	$f(x) = 0{,}25x^2 + x + 3$	☐	☐	
b)	$f(x) = -0{,}25x^2 + x + 3$	☐	☐	
c)	$f(x) = x^2 + x + 3$	☐	☐	
d)	$f(x) = -0{,}25x^2 + x - 3$	☐	☐	

Exponentialfunktionen

Quelle: eigene Aufgabe

In der Abbildung unten sind die Graphen dreier Funktionen mit folgenden Funktionsvorschriften gegeben:

a) $f(x) = 2 \cdot 2^x$ b) $g(x) = \frac{1}{2} \cdot 2^x$ und c) $h(x) = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$



Ordne den Graphen die entsprechenden Funktionsvorschriften zu.

Algen

Quelle: eigene Aufgabe

Das Wachstum von Algen in einem Teich kann für 30 Tage näherungsweise durch die Funktion f mit der Gleichung $f(t) = 3000 \cdot 1{,}002^t$ beschrieben werden, dabei gibt t die Zeit in Tagen an und $f(t)$ die Fläche, die die Algen zum Zeitpunkt t überdecken.

(*) Erläutere die Bedeutung der Werte 3000 und 1,002 im Sachzusammenhang.

Lösung außer- und innermathematischer Problemstellungen

Lineare Funktion innermathematisch

Quelle: Ständige Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland, 2004, S. 31

Gegeben ist eine lineare Funktion f mit der Gleichung $f(x) = -x - 1$.

a) Zeige, dass der Punkt $P(-93|92)$ auf dem Graphen zu f liegt.

b) (*) Beschreibe Möglichkeiten, wie man die Gleichung einer weiteren linearen Funktion finden kann, deren Graph ebenfalls durch den Punkt $P(-93|92)$ geht.

c) (**) Gegeben sind lineare Funktionen $g_m(x) = m \cdot x + 2$. Unter welchen Bedingungen für m schneiden sich die Graphen von f und g_m im II. Quadranten?

Fallschirmsprung

Quelle: in Anlehnung an ZP10 M MSA HT 2015, Teil II, Aufgabe 2

Andreas möchte einen Fallschirmsprung durchführen. Er informiert sich vorher und findet eine Abbildung, die den Verlauf eines typischen Sprunges annähernd beschreibt. Bei diesem Sprung öffnet sich der Fallschirm in etwa 1500 m.

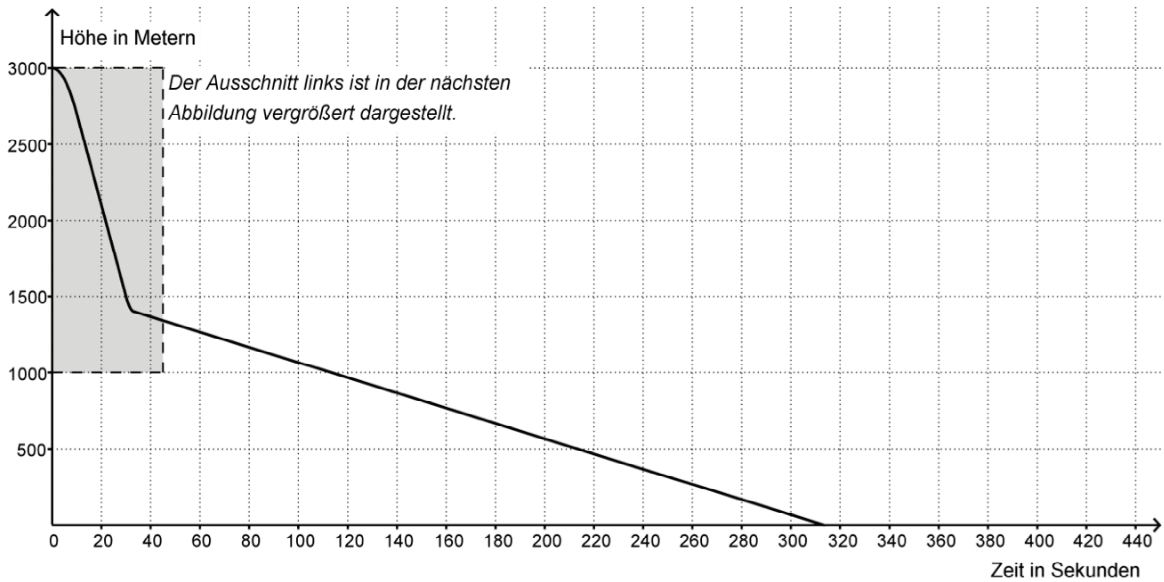


Abbildung: Höhe (in m) eines Fallschirmspringers in Abhängigkeit von der Zeit (in s)

a) Andreas überlegt, wie sich der Sprung verändert, wenn er den Fallschirm bereits in 2000 m Höhe öffnet. Skizziere den Verlauf des geänderten Fallschirmsprungs im vorhandenen Koordinatensystem und bestimme die geänderte Flugdauer.

In einer weiteren Abbildung ist ein Ausschnitt des vorher abgebildeten Sprunges detaillierter dargestellt. Darin sind nur die ersten 45 Sekunden des Sprunges in der Höhe von 3000 m bis 1000 m dargestellt.

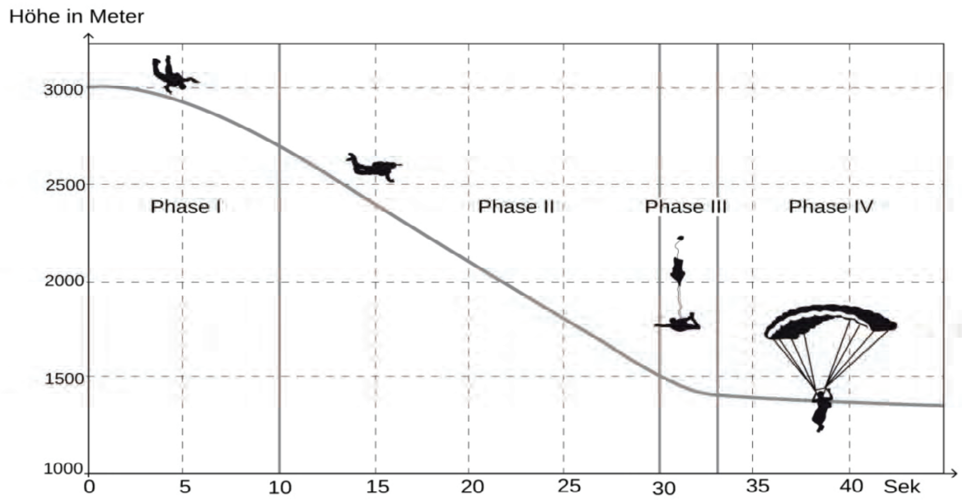


Abbildung: Ausschnitt mit vier Flugphasen (I, II, III, IV)

(*) Welche Aussage passt zu welcher Flugphase? Mache für jede Phase ein Kreuz	Phase I	Phase II	Phase III	Phase IV
Der Springer fällt in dieser Phase immer schneller: Die Geschwindigkeit steigt.	☐	☐	☐	☐
Der Springer fällt in dieser Phase immer langsamer: Die Geschwindigkeit sinkt.	☐	☐	☐	☐
Der Springer fällt in dieser Phase immer gleich schnell: Die Geschwindigkeit bleibt gleich.	☐	☐	☐	☐

Der Springer ist am Ende der Phase I nach 10 Sekunden in 2700 Metern Höhe. Die Höhe des Springers in der Phase I wird durch folgende Funktion beschrieben: $h(t) = 3000 - 3t^2$.

t ist die Zeit in Sekunden, $h(t)$ gibt die Höhe in Metern an.

a) (*) Begründe, dass die Funktion $h(t)$ den Graphen aus Phase I beschreibt.

Bestimmung von x-Werten

Quelle: eigene Aufgabe

Gegeben ist die Funktion g durch $g(x) = 0{,}5x^2 + 2x + 1$.

Es gilt: $g(x) = 7$. Berechne x.

Transformation einer Parabel

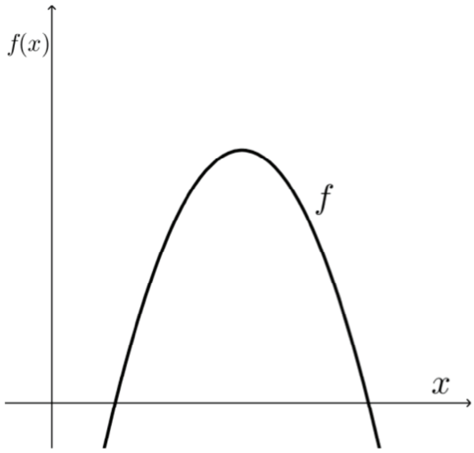
Quelle: ZKE M 2015, Teil I, Aufgabe 1 (mit Ergänzung b)

Die Abbildung zeigt den Graphen der Funktion f mit der Gleichung $f(x) = -x^2 + 6 \cdot x - 5$.

a) Überprüfe rechnerisch, ob der Punkt $(-1| - 12)$ auf dem Graphen der Funktion liegt.

b) Berechne die Nullstellen der Funktion.

c) (*) Ermittle, um wie viele Einheiten der Graph von f nach unten verschoben werden muss, sodass der verschobene Graph nur einen gemeinsamen Punkt mit der x-Achse besitzt.

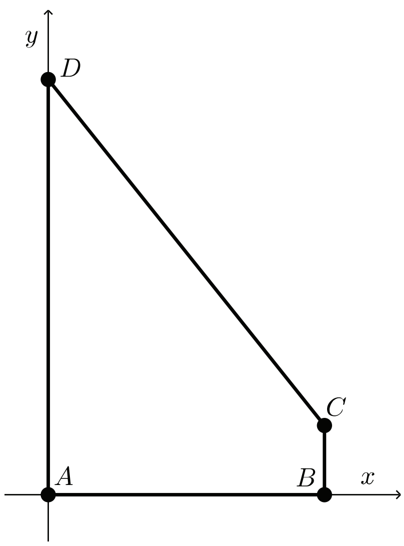


Rechteck im Trapez

Quelle: Ständige Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland, 2004, S. 24

Das nebenstehende Trapez $ABCD$ ist in ein Koordinatensystem eingetragen mit $A(0|0)$, $B(8|0)$, $C(8|3)$ und $D(0|15)$.

Jeder Punkt der Trapezseite $\overline{CD}$ ist ein Eckpunkt eines Rechtecks, das dem Trapez einbeschrieben ist. Die Seiten der einbeschriebenen Rechtecke sind parallel zu den Koordinatenachsen. Der Punkt A ist Eckpunkt eines jeden einbeschriebenen Rechtecks.



a) Zeige, dass die Trapezseite $\overline{CD}$ auf dem Graphen einer linearen Funktion mit der Gleichung $g(x) = -1{,}5x + 15$ liegt.

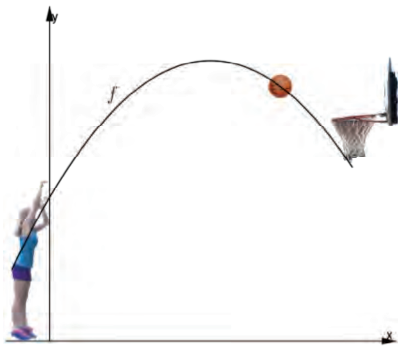
b) (*) Der Punkt $P(2|y)$ liegt auf der Seite $\overline{CD}$ und ist somit Eckpunkt eines einbeschriebenen Rechtecks. Bestimme den Flächeninhalt.

c) (*) Bewegt sich der Punkt $P(x|y)$ auf der Strecke $\overline{CD}$, so ändert sich der Flächeninhalt F des zugehörigen Rechtecks. Begründe, dass sich der Flächeninhalt F mit der Gleichung
$F(x) = x \cdot (-1{,}5x + 15)$ berechnen lässt.

d) (**) Bestimme das einbeschriebene Rechteck, das den größten Flächeninhalt hat. Begründe dein Vorgehen.

Basketball (I)

Quelle: angelehnt an ZP10 M MSA HT 2016, Teil II, Aufgabe 1 (geänderter Funktionsterm)



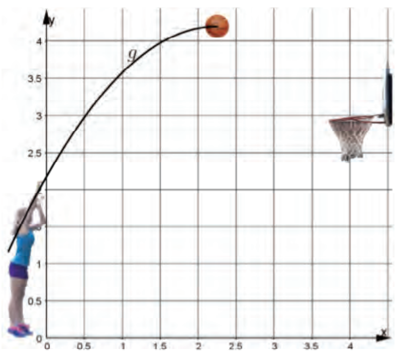
Antje steht mindestens 4 m von ihrem Basketballkorb entfernt und übt Korbwürfe. Sie hält ihre Würfe mit Videoaufnahmen fest. Die Flugbahn des abgebildeten Wurfes kann näherungsweise durch die Funktion

$$f(x) = -0{,}5x^2 + 2x + 1{,}9$$

beschrieben werden (vgl. Abbildung rechts).

a) Bestimme, aus welcher Höhe Antje den Ball abwirft.

b) (*) Berechne, wie hoch der Ball maximal bei diesem Wurf fliegt.



Antje verändert ihren Wurf und wirft dabei aus 2,25 m Höhe ab. Die Flugbahn g ist nur bis zum höchsten Punkt abgebildet (vgl. Abbildung rechts).

c) (*) Trifft Antjes Ball in den Korb? Begründe deine Entscheidung mithilfe des abgebildeten Graphen.

Basketball (II)

Quelle: ZP10 M MSA HT 2016, Teil II, Aufgaben 1 e und g

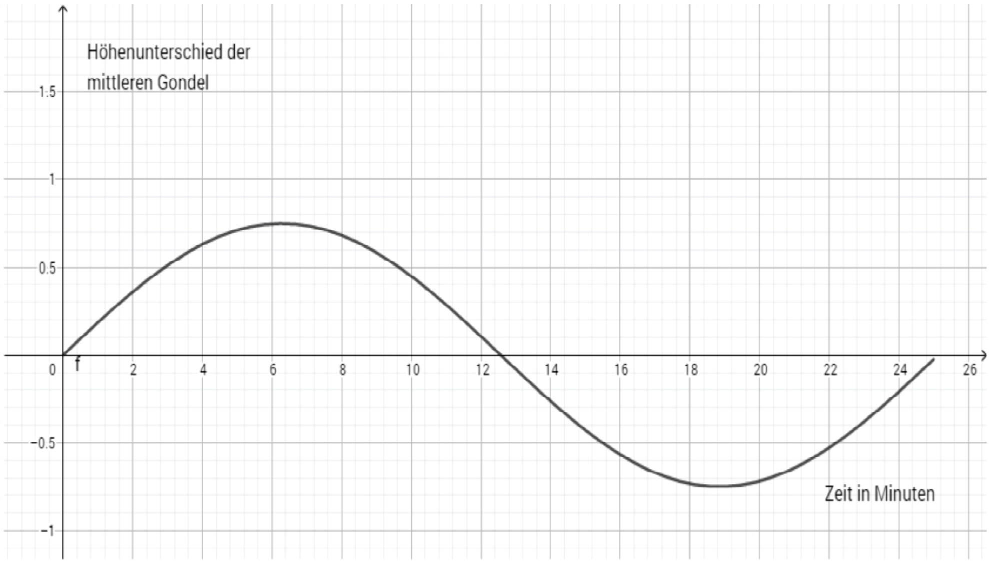
Antje hält ihren neuen Basketball auf 2 m Höhe und lässt ihn auf den Boden fallen. Nach jeder Bodenberührung springt der Ball jeweils 70 % der Höhe des letzten Sprunges zurück.

a) Wie hoch springt der Ball nach zwei Bodenberührungen?

b) (*) Gib einen Term an, mit dem du die Rückprallhöhe eines Basketballs bei einem Fall aus 2 m Höhe für eine beliebige Anzahl von Bodenberührungen berechnen kannst.

Riesenrad

Quelle: eigene Aufgabe



Ein Riesenrad dreht sich gegen den Uhrzeigersinn. Der Höhenunterschied, den die Mitfahrer in der mittleren rechten Gondel erleben, kann durch eine Sinusfunktion modelliert werden, dabei befindet sich die Gondel zum Zeitpunkt $t = 0$ in der Mitte, der Höhenunterschied wird in 100 Metern angegeben.

a) Wie lange dauert eine Fahrt mit dem Riesenrad?

b) Welchen Durchmesser hat das Riesenrad?

c) (*) Wie verändert sich die Sinuskurve, wenn der Höhenunterschied zum Zeitpunkt $t = 0$ von der untersten Gondel aus modelliert wird?

Nordseeküste

Quelle: eigene Aufgabe

An der Nordseeküste steigt bei Flut das Wasser bezogen auf den mittleren Wasserstand, bei Ebbe fällt es bis zum Niedrigwasser, um dann erneut zu steigen.

(**) Nenne Gründe, dass eine näherungsweise Modellierung durch eine Sinusfunktion sinnvoll ist.

Proportionalität, Antiproportionalität und Linearität

Kartenmaßstab

Quelle: IQB VerA 8 2010 (nach Drueke-Noe et al., 2011, B 2.05)

Birgit findet im Atlas eine Karte mit dem Maßstab 1 : 2 500 000. Dieser Maßstab bedeutet, dass 1 cm in der Karte 2 500 000 cm in der Wirklichkeit entspricht.

Birgit misst auf der Karte den Abstand zwischen Frankfurt und München.

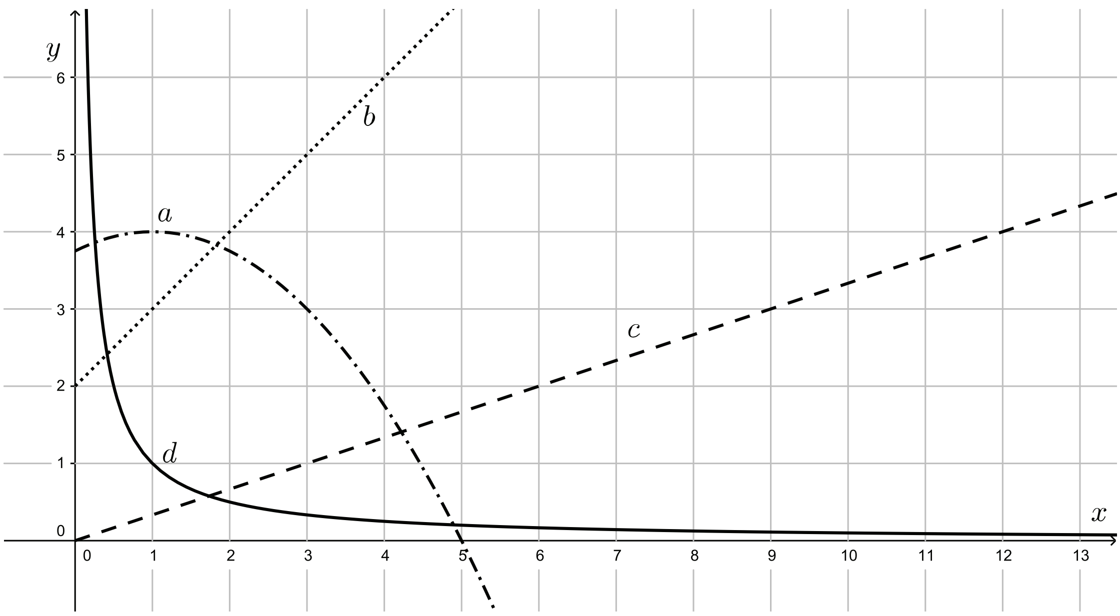
Berechne mithilfe des Maßstabs, wie weit Frankfurt von München in der Wirklichkeit (Luftlinie) entfernt ist. Gib dein Ergebnis in Kilometern an.

Graphen

Quelle: eigene Aufgabe

Ordne zu und begründe:

Welcher der Graphen stellt eine proportionale, welcher eine antiproportionale Zuordnung dar?



Tabellen

Quelle: eigene Aufgabe

Entscheide für jede Tabelle, ob Proportionalität oder Antiproportionalität vorliegt.

(*) Ergänze die Tabelle in a) anschließend sinnvoll und bestimme für alle Tabellen, sofern möglich, eine Zuordnungsvorschrift.

a)

x	0,25		1	2
y	22,5	45		180

b)

x	2	3	4
y	0,2	0,4	0,6

c)

x	0,5	1,5	3
y	600	200	100

Käse

Quelle: Drueke-Noe et al., 2011, B 4.10

Ein 300 g schweres Käsestück kostet 6,00 €.

a) Wie teuer ist ein 450 g schweres Käsestück der gleichen Sorte?

b) Was kostet ein 580 g schweres Stück?

Speicherkarte

Quelle: Drueke-Noe et al., 2011, B 4.10

Auf die Speicherkarte eines Fotoapparates passen 500 Fotos mit einer Größe von 2 MB.

Wie viele Fotos in einer Größe von 4 MB (bzw. 10 MB) passen auf eine gleich große Speicherkarte?

Wanderung (III)

Quelle: angelehnt an ZP10 M MSA HT 2015, Teil II

Karla möchte abschätzen, wie lange sie ohne Pausen unterwegs sein wird. Sie findet im Internet für die Wanderung von Bregenz zum Brüggelekopf die folgenden Informationen:

Länge der Strecke: 20 km

Höhenunterschied insgesamt:
Aufstieg: 1019m
Abstieg: 251m

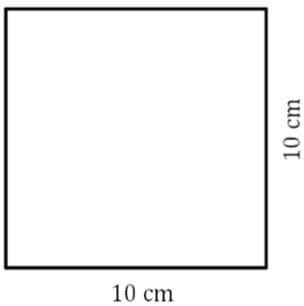
Du gehst auf einer ebenen Strecke mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von ca. 4 km pro Stunde: Sowohl beim Aufstieg als auch beim Abstieg benötigst du mehr Zeit: Du rechnest für jeden Höhenunterschied von 300 m eine zusätzliche Stunde dazu.

(*) Berechne mithilfe der Informationen die ungefähre Wanderzeit (ohne Pausen) von Bregenz bis zum Brüggelekopf.

Wachstum voneinander abgrenzen

Quadrat

Quelle: Drueke-Noe et al., 2011, B4.03 mit Ergänzungen



Gegeben ist ein Quadrat mit der Seitenlänge 10 cm.

Es wird auf dem Kopierer auf die dreifache Seitenlänge vergrößert.

a) Der Umfang des vergrößerten Quadrates ist ______-mal so lang wie der Umfang des Ausgangsquadrates.

b) Der Flächeninhalt des vergrößerten Quadrates ist ______-mal so groß wie der Flächeninhalt des Ausgangsquadrates.

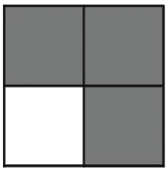
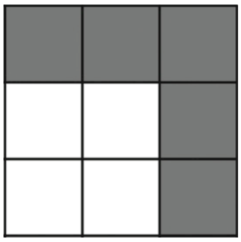
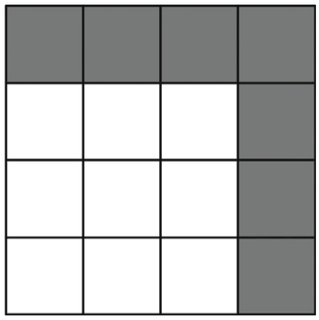
c) (*) Das Quadrat wir auf die x-fache Seitenlänge vergrößert oder verkleinert. Stelle die Terme $U(x)$ und $A(x)$ auf, mit denen der veränderte Umfang bzw. Flächeninhalt bestimmt werden kann.

d) (**) Ein beliebiges Quadrat mit der Seitenlänge a wird um das x-Fache dieser Seitenlänge vergrößert oder verkleinert. Stelle die Terme $U_a(x)$ und $A_a(x)$ auf, mit denen der veränderte Umfang bzw. der veränderte Flächeninhalt bestimmt werden kann.

Quadrate (III)

Quelle: ZP10 M MSA HT 2017, Teil II, Aufgabe 2 f, g

Anna und Hussam zeichnen nach einem bestimmten Muster Figuren aus grauen und weißen Quadraten.

Figur 1	**Figur 2**	**Figur 3**	**Figur 4**
			

Die Anzahl der grauen Quadrate wird mit jeder Figur größer. Anna und Hussam stellen jeweils einen richtigen Term auf, mit der sie die Anzahl der grauen Quadrate in Figur n berechnen können.

Anna: $n^2 - (n-1)^2$
Hussam: $2 \cdot n - 1$

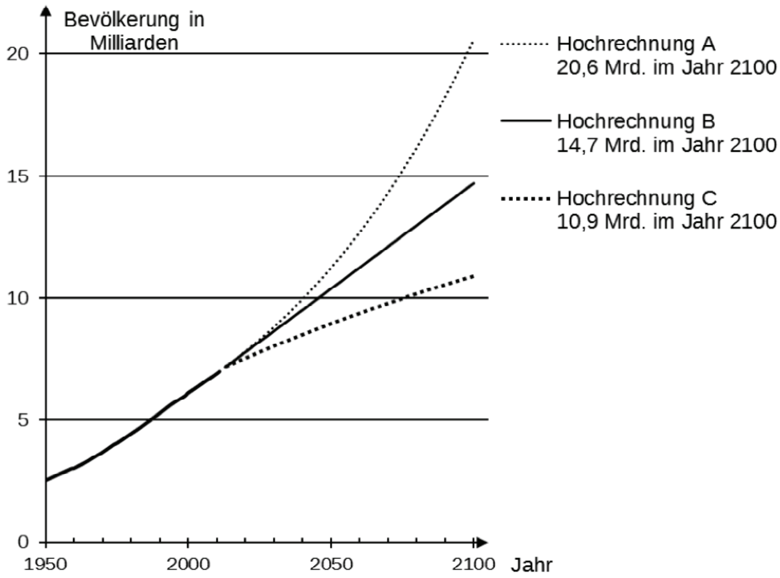
a) (**) Entscheide, ob die Anzahl der grauen Quadrate linear, quadratisch oder exponentiell zunimmt. Begründe deine Antwort.

b) (**) Anna behauptet: „Die Anzahl der weißen Quadrate wächst schneller als die Anzahl der grauen Quadrate.“ Hat Anna Recht? Begründe deine Antwort.

Weltbevölkerung

Quelle: ZP10 M MSA NT 2014, Teil II, Aufgabe 2

Ein Institut für Bevölkerungsprognose erstellt drei verschiedene Hochrechnungen, welche mögliche Entwicklungen der Weltbevölkerung bis zum Jahr 2100 beschreiben.



Das Diagramm zeigt diese Entwicklungen in Form der drei Graphen A, B und C. Die Ergebnisse der drei Hochrechnungen für die Bevölkerungszahl im Jahr 2100 sind ebenfalls angegeben.

2013 lebten ungefähr 7,17 Milliarden Menschen auf der Erde. Bei einer der drei Hochrechnungen geht das Institut für Bevölkerungsprognose von dem Wachstumsfaktor $q = 1{,}0122$ aus.

a) (**) Welche der drei Hochrechnungen wurde mit diesem Wachstumsfaktor erstellt? Betrachte das Diagramm und begründe deine Entscheidung.

Lucy überlegt: „Im Jahr 2013 hat die Bevölkerung um 86 661 000 Menschen zugenommen. Die Anzahl der Menschen, die pro Jahr dazukommen, wird wahrscheinlich in den folgenden Jahren gleich bleiben.“

b) (**) Von welcher Art von Wachstum geht Lucy aus? Beurteile ob ihre Annahmen realistisch sind.

Geometrie – Ebene und räumliche Strukturen nach Maß und Form erfassen

Kompetenzerwartungen am Ende der Sekundarstufe I

Im Bereich Geometrie werden von den Schülerinnen und Schülern am Ende der Sekundarstufe I die folgenden Kompetenzen erwartet (Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen, 2007; Ministerium für Schule, Jugend und Kinder des Landes Nordrhein-Westfalen, 2004a, 2004b):

Schülerinnen und Schüler erfassen Formen der Ebene und des Raumes und ihre Beziehungen in mathematischen Zusammenhängen sowie in der beobachteten Wirklichkeit und charakterisieren sie anhand ihrer grundlegenden Eigenschaften.

1. Sie beschreiben ebene Figuren (Vielecke, Kreise) und Körper (Prismen, Zylinder, Kugeln, Kegel, Pyramiden), Lagebeziehungen und grundlegende Symmetrien mit angemessenen Fachbegriffen und identifizieren sie in ihrer Umwelt.
2. Sie zeichnen und konstruieren ebene geometrische Figuren (auch im Koordinatensystem), skizzieren Schrägbilder, entwerfen Netze von Körpern und stellen Körpermodelle her.
3. Sie schätzen und bestimmen Winkel, Längen, Flächeninhalte, Oberflächen und Volumina.
4. Sie berechnen Größen und begründen Eigenschaften von Figuren mithilfe von Symmetrie, einfachen Winkelsätzen, Kongruenz, Ähnlichkeit, trigonometrischen Beziehungen, dem Satz des Thales und dem Satz des Pythagoras.

Was kann hilfsmittelfrei erwartet werden?

In der Geometrie kommen digitale Hilfsmittel vor allem bei Berechnungen von Längen, Winkeln, Flächeninhalten und Volumina zum Einsatz. Auch die Bestimmung der Werte trigonometrischer Funktionen oder das Wurzelziehen bei der Anwendung des Satzes von Pythagoras spielen dabei eine Rolle.

Bei den vorliegenden Aufgaben wurden daher in diesen Fällen einfache Zahlen gewählt bzw. Zahlen, welche in händischen Berechnungen vertretbar sind. Es sei noch einmal daran erinnert, dass es in dem vorliegenden Katalog um die prinzipielle Leistbarkeit geht. In einzelnen Fällen weicht dies sicherlich davon ab, was sinnvollerweise in einer Prüfungssituation verlangt werden wird. Durch ein Asteriskus (*) gekennzeichnete Aufgaben sollten Schülerinnen und Schüler lösen können, die Interesse an Wi-MINT-Fächern und -Berufen zeigen.

Werden in den Aufgaben Kompetenzen angesprochen, die verstärkt höhere Anforderungsniveaus erfordern, so sind diese mit (**) kenntlich gemacht.

Einzelkompetenzen

Die den Kompetenzen am Ende der Sekundarstufe I untergeordneten Einzelkompetenzen der jeweiligen Jahrgangsstufen lassen sich verschiedenen Bereichen zuordnen, die im Folgenden dargestellt sind. Dabei wurden von den Kompetenzen der Kernlehrpläne Gesamtschule im Erweiterungskurs und der Realschule (MSJK, 2004a, 2004b) und des Gymnasiums (G8) (MSW, 2007) im Falle von Abweichungen die jeweils umfassendere Kompetenz gewählt. Hinter jeder unten aufgelisteten Kompetenz ist in eckigen Klammern, beispielsweise [A.13], eine Kurzkennung notiert. Diese Kurzkennungen werden in der Aufgabenauflistung hinten im Heft verwendet, um auf die hier aufgelisteten Kompetenzen zu verweisen.

Grundbegriffe, Flächen und Körper

Die Schülerinnen und Schüler …

– verwenden die Grundbegriffe Punkt, Gerade, Strecke, Winkel, Abstand, Radius, parallel, senkrecht, achsensymmetrisch, punktsymmetrisch zur Beschreibung ebener und räumlicher Figuren **[G.01]**
– benennen und charakterisieren Dreiecke (rechtwinklige, gleichschenklige und gleichseitige), Vierecke (Rechtecke, Quadrate, Parallelogramme, Rauten, Trapeze) und Kreise und identifizieren sie in ihrer Umwelt **[G.02]**
– benennen und charakterisieren Quader, Würfel, Prismen, Zylinder, Pyramiden, Kegel, Kugeln und identifizieren sie in ihrer Umwelt **[G.03]**

Flächen und Körper zeichnen und skalieren

Die Schülerinnen und Schüler …

– zeichnen grundlegende ebene Figuren (parallele und senkrechte Geraden, Winkel, Rechtecke, Quadrate, Kreise) und Muster auch im ebenen Koordinatensystem (1. Quadrant) **[G.04]**
– zeichnen Dreiecke aus gegebenen Winkel- und Seitenmaßen **[G.05]**
– vergrößern und verkleinern einfache Figuren maßstabsgetreu **[G.06]**
– skizzieren Schrägbilder, entwerfen Netze von Würfeln, Quadern, Zylindern, Pyramiden und Kegeln und stellen die Körper her **[G.07]**

Längen, Winkel, Flächeninhalte und Volumina

Die Schülerinnen und Schüler …

- schätzen und bestimmen Längen und Winkel von Vielecken, Umfänge und Flächeninhalte von Dreiecken, Rechtecken, Parallelogrammen, Kreisen und daraus zusammengesetzten Figuren **[G.08]**
- schätzen und bestimmen Oberflächen und Volumina von Quadern, einfachen Prismen, Zylindern, Pyramiden, Kegeln und Kugeln **[G.09]**

Klassische Sätze der Geometrie

Die Schülerinnen und Schüler …

- erfassen und begründen Eigenschaften von Figuren mithilfe von Symmetrie, einfachen Winkelsätzen oder der Kongruenz **[G.10]**
- berechnen geometrische Größen und verwenden dazu den Satz des Pythagoras, Ähnlichkeitsbeziehungen und die Definitionen von Sinus, Kosinus und Tangens und begründen Eigenschaften von Figuren mithilfe des Satzes des Thales, sie beschreiben und begründen Ähnlichkeitsbeziehungen geometrischer Objekte und nutzen diese im Rahmen des Problemlösens zur Analyse von Sachzusammenhängen **[G.11]***

Grundbegriffe, Flächen und Körper

Gebäude

Quelle: Basiskompetenzen Mathematik, Aufgabe B 3.01

Stell dir vor: Die Form der abgebildeten Gebäude soll möglichst gut mit Bauklötzen nachgebaut werden. Die Bauklötze sind Quader, Pyramiden, Kegel, Zylinder und Dreiecksprismen.

①

© Eduard Huber (CC BY 3.0)

②

© Pixabay

③

© Pixabay

④

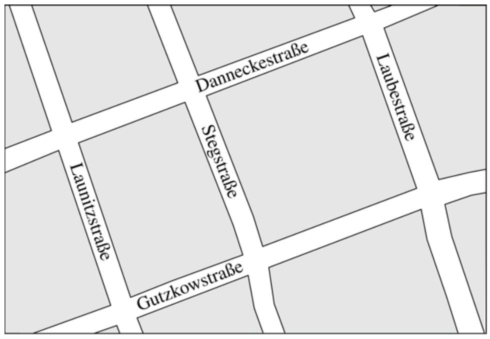
© Pixabay

Kreuze in der Tabelle alle Körper an, die du jeweils verwenden würdest.

Körper	①	②	③	④
Quader				
Pyramide				
Kegel				
Zylinder				
Dreiecksprisma				

Straßen

Quelle: Basiskompetenzen Mathematik, Aufgabe B 3.02



Anja ist in der Launitzstraße in Frankfurt. Ihr Ziel liegt in einer Parallelstraße.

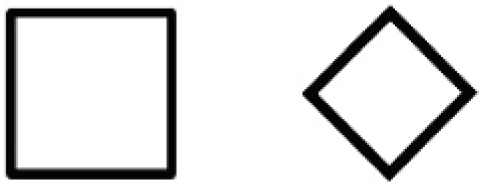
a) In welchen Straßen könnte ihr Ziel nach dem Ausschnitt des Stadtplans liegen?

b) Ihr Fahrrad steht auf einer Straße, die rechtwinklig zur Launitzstraße verläuft. In welchen Straßen könnte es stehen?

Quadrate (IV)

Quelle: COSH-Katalog, Aufgabe 49b

Begründe, dass beide Figuren Quadrate sind.



Kerzenformen

Quelle: ZP10 2017, M HSA HT, Prüfungsteil II, Aufgabe 1a

Für ein Schulfest sollen Kerzen hergestellt werden. Jannik kauft hierfür zwei Gießformen und Kerzenwachs.

Benenne die geometrischen Formen der beiden Gießformen (Abbildung).

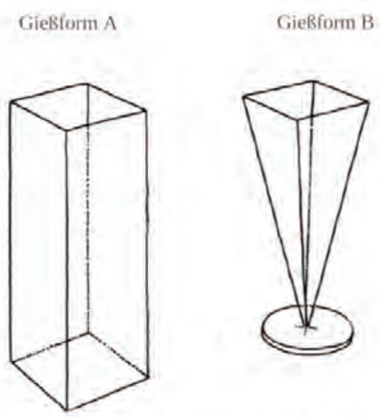


Abbildung: Gießformen für Kerzen

Figuren und Körper zeichnen und skalieren

Koordinatensystem

Quelle: eigene Aufgabe

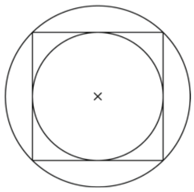
a) Trage die Punkte $A(1|2)$, $B(4|2)$ und $C(4|4)$ in ein Koordinatensystem ein.

b) Gib die Koordinaten des Punkts an, der die drei Punkte zu einem Rechteck ergänzt.

Rekonstruieren

Quelle: Basiskompetenzen Mathematik, Aufgabe B 3.07; LSE NRW 2008

Zeichne ein Quadrat mit der Seitenlänge 10 cm. Zeichne dann mit dem Zirkel zwei Kreise um den Schnittpunkt der Diagonalen des Quadrates, so wie in der untenstehenden Planfigur.



Computerraum

Quelle: Basiskompetenzen Mathematik, Aufgabe B 2.05

(*) Der Computerraum der Schule soll neu eingerichtet werden. Er ist rechteckig und hat die Maße 8 m mal 12 m.

Wähle einen sinnvollen Maßstab und fertige eine maßstabsgetreue Zeichnung an. Gib den gewählten Maßstab an.

Dreiecke zeichnen

Quelle: eigene Aufgabe

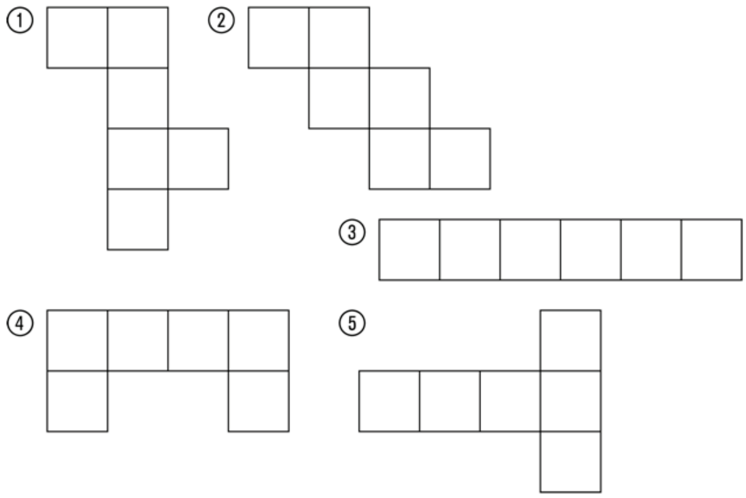
a) Konstruiere ein Dreieck mit den Seitenlängen $a = 3{,}4$ cm, $b = 5{,}3$ cm und $c = 6{,}5$ cm.

b) Konstruiere ein Dreieck mit den Seitenlängen $a = 9$ cm, $b = 7$ cm und dem Winkel $\gamma = 30°$.

c) Konstruiere ein Dreieck mit den Seitenlängen $b = 7$ cm, $c = 9$ cm und dem Winkel $\gamma = 80°$.

Basteln

Quelle: Basiskompetenzen Mathematik, Aufgabe B 3.06

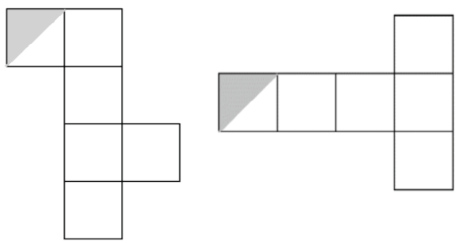


Aus welchen der gegebenen Netze kann man einen Würfel zusammenfalten?

Würfelnetz (I)

Quelle: eigene Aufgabe

Von den untenstehenden Würfelnetzen ist jeweils eine Ecke in Farbe getaucht worden. Ergänze die Färbung jeweils auf den zwei ebenfalls betroffenen Feldern.



Schachtel

Quelle: Basiskompetenzen Mathematik, Aufgabe B 3.08

Baue aus Pappe eine quaderförmige Schachtel.

Truhe

Quelle: Basiskompetenzen Mathematik, Aufgabe B 3.09a

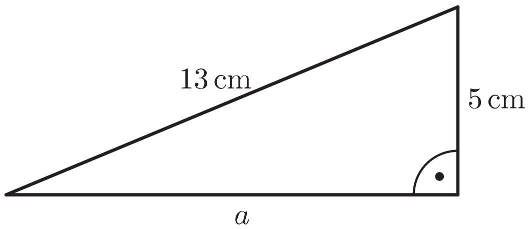
Eine Truhe hat die folgenden Maße: 80 cm × 45 cm × 54 cm.

Zeichne diese Truhe vereinfacht im Maßstab 1:10 und schreibe die Maße an die Zeichnung.

Längen, Winkel, Flächeninhalte und Volumina

Dreiecksfläche

Quelle: nach ZP10 2017, M HSA HT, Prüfungsteil I, Aufgabe 3b

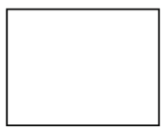


Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks.

Rechteck

Quelle: IQB, nach Basiskompetenzen Mathematik, Aufgabe B 2.08

Ein Rechteck ist 4 cm lang und 3 cm breit. (Zeichnung nicht maßstabsgenau)



a) Bestimme den Umfang des Rechtecks.

b) Wie groß ist der Flächeninhalt des abgebildeten Rechtecks? Kreuze an.

☐ 12 cm ☐ 7 cm ☐ 7 cm² ☐ 12 cm² ☐ 14 cm² ☐ 14 cm

Giebelfenster

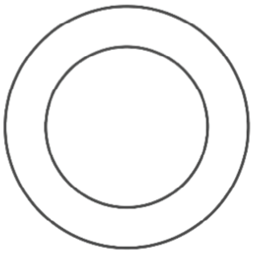
Quelle: ZP10 2014, M HSA HT, Prüfungsteil II, Aufgabe 3d

Familie Gür möchte in den Giebel ihres Hauses ein kreisrundes Fenster mit 2 m Durchmesser einbauen.

Zeige, dass die Fläche des runden Fensters ca. 1,57 m^2 beträgt.

Kreisring

Quelle: ZP10 2016, M HSA HT, Prüfungsteil II, Aufgabe 1a und c



Ein Kreisring besitzt den inneren Durchmesser 60 cm. Der Abstand zwischen innerem und äußerem Kreis ist 20 cm.

Berechne den Flächeninhalt des Kreisrings in m^2. Runde auf eine Nachkommastelle.

Trapeztische: Tischfläche

Quelle: ZP10 2015, M HSA HT, Prüfungsteil II, Aufgabe 3b

Eine sechseckige Tischkombination (siehe Abbildung 2) besteht aus zwei symmetrischen Trapeztischen (siehe Abbildung 1).

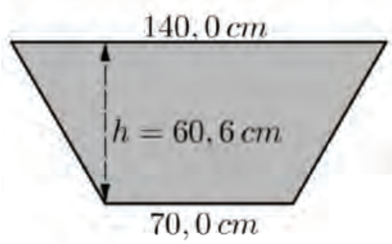


Abbildung 1

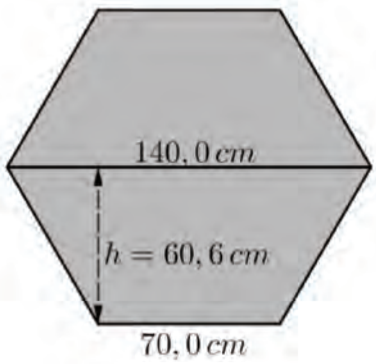


Abbildung 2

Berechne den Flächeninhalt der sechseckigen Tischkombination. Gib das Ergebnis in m^2 an.

Speiseeis

Quelle: ZP10 2014, M HSA HT, Prüfungsteil I, Aufgabe 3

Ein quaderförmiger Behälter für Speiseeis ist 36 cm lang, 16,5 cm breit und 12 cm hoch. Wie viele Liter Speiseeis passen in diesen Behälter?

Kegelvolumen

Quelle: ZP10 2014, M MSA HT, Prüfungsteil I, Aufgabe 2

Berechne das Volumen eines Kegels mit dem Radius 10 cm und einer Höhe von 30 cm in cm^3 auf eine Nachkommastelle genau.

Regentonne

Quelle: ZP10 2015, M HSA HT, Prüfungsteil I, Aufgabe 5

Zeige, dass die zylinderförmige Regentonne ca. 472 l Wasser fassen kann.

© Pixabay

Getränkedose

Quelle: ZP10 2015, M MSA HT, Prüfungsteil I, Aufgabe 3

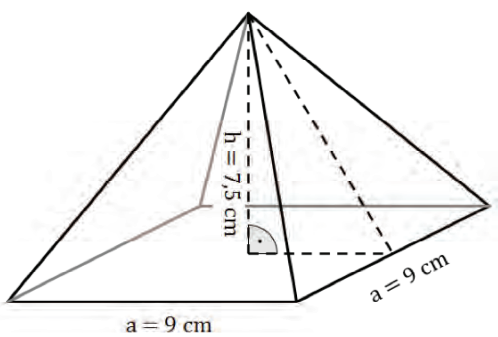
(**) Eine zylinderförmige Getränkedose enthält 0,33 l Mineralwasser und hat einen Durchmesser von 67 mm. Untersuche, ob die Dose höher als 90 mm ist.

Pyramide

Quelle: ZP10 2016, M HSA HT, Prüfungsteil I, Aufgabe 4

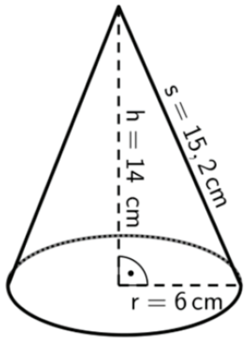
1 cm^3 Glas wiegt 3,4 g.

Berechne das Gewicht der nebenstehenden Pyramide, die ganz aus Glas besteht.



Kegeloberfläche

Quelle: ZP10 2016, M MSA HT, Prüfungsteil I, Aufgabe 2a



a) (*) Berechne die Oberfläche des abgebildeten Kegels.

b) (*) Sebastian behauptet: „Wenn ich den Radius verdoppele, verdoppelt sich auch das Volumen des Kegels“.
Weise nach, dass Sebastians Behauptung falsch ist.

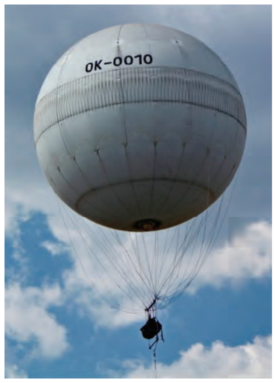
Ballon

Quelle: ZP10 2015, M ARS HT (WT), Prüfungsteil I, Aufgabe 4

Der abgebildete kugelförmige Ballon hat einen Durchmesser von etwa 20 m.

a) Berechne das Volumen des Ballons.

b) (*) Leon behauptet: „Wenn man den Durchmesser des Ballons verdreifacht, wird sein Volumen ebenfalls verdreifacht.
Hat Leon Recht? Entscheide und begründe deine Entscheidung.



© Pixabay

Klassische Sätze der Geometrie

Gespiegelte Dreiecke

Quelle: eigene Aufgabe

Ein rechtwinkliges Dreieck wird an einer der zwei kurzen Seiten gespiegelt. Begründe, dass die dabei entstehende Gesamtfigur wieder ein Dreieck ist. Um welche besondere Art von Dreieck handelt es sich?

Raute

Quelle: eigene Aufgabe

Eine Raute ist ein Viereck, bei dem alle Seiten gleich lang sind.

(*) Zeige, dass in einer Raute gegenüberliegende Winkel stets gleich groß sind. Fertige dazu eine Skizze an und zerlege die Raute in zwei kongruente Teildreiecke.

Parallelogramm

Quelle: eigene Aufgabe

(*) Zeige, dass sich in einem Parallelogramm benachbarte Winkel immer zu 180° ergänzen.

Rechteck

Quelle: eigene Aufgabe

Klara zeichnet ein Viereck, dessen Diagonalen gleich lang sind und sich in der Mitte schneiden.

(**) Begründe, dass es sich bei diesem Viereck um ein Rechteck handeln muss.

Seitenlängen im Dreieck

Quelle: ZP10 2014, M HSA HT, Prüfungsteil II, Aufgabe 3b

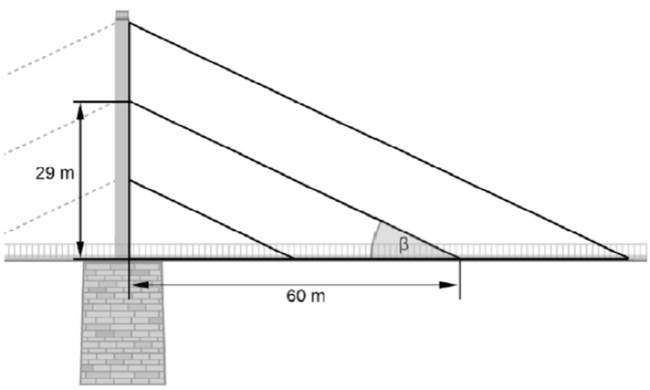
In einem gleichschenkligen Dreieck ist die Grundseite 7,4 m lang und die Höhe 3,7 m. Berechne die Längen der beiden fehlenden (gleich langen) Seiten auf eine Nachkommastelle genau.

Theodor-Heuss-Brücke (II)

Quelle: ZP10 2014, M MSA HT, Prüfungsteil II, Aufgabe 1a, b und d

Die Theodor-Heuss-Brücke in Düsseldorf ist eine sogenannte Schrägseilbrücke. Die Brücke wird von Seilen gehalten, welche an einem Mast aufgehängt sind. Im Folgenden wird nur die rechte Seite betrachtet.

An dem Mast sind drei parallele Seile im Abstand von 14,5 m befestigt. Die Seile treffen jeweils im Abstand von 30 m auf die Fahrbahn. Der Mast ragt oberhalb des letzten Seils noch 50 cm hinaus (vgl. Abbildung rechts).



a) Gib die Höhe des Mastes an.

b) Der Neigungswinkel β ist in der Abbildung eingezeichnet. Gib ein Vorgehen an, mit dem man den Neigungswinkel β berechnen kann.

Trapeztische: Tischkanten

Quelle: ZP10 2015, M HSA HT, Prüfungsteil II, Aufgabe 3c

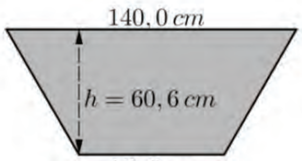


Abbildung 1

Eine sechseckige Tischkombination (siehe Abbildung 2) besteht aus zwei symmetrischen Trapeztischen (siehe Abbildung 1).

Die Tischkante an den Sitzplätzen A ist 70 cm lang.

(*) Zeige durch eine Rechnung, dass die Tischkanten an den Sitzplätzen B und C ebenfalls 70 cm lang sind.

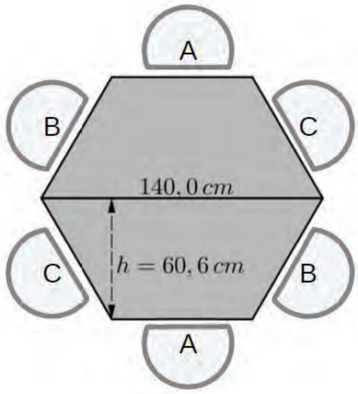


Abbildung 2

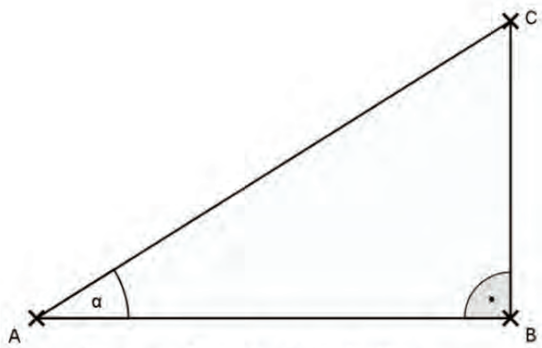
Dreiecksseiten

Quelle: ZP10 2015, M MSA HT, Prüfungsteil I, Aufgabe 5

Bei einem Dreieck ABC ist die Seite $\overline{AB}$ 4 cm lang (vgl. Abbildung rechts). Der Winkel α bei dem Punkt A ist 40° groß.

a) Gib einen Term an, mit dem man rechnerisch die Länge der Seite $\overline{AC}$ bestimmen kann.

b) Gib einen Term an, mit dem man rechnerisch die Länge der Seite $\overline{BC}$ bestimmen kann.

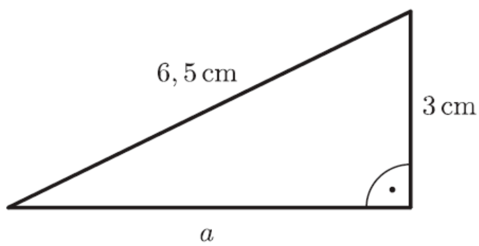


Skizze eines Dreiecks, nicht maßstabsgetreu

Kathete

Quelle: ZP10 2017, M HSA HT, Prüfungsteil I, Aufgabe 3a

Zeige durch Rechnung, dass die Seite $a \approx 5{,}8$ cm lang ist.



Stochastik – mit Daten und Zufall arbeiten

Kompetenzerwartungen am Ende der Sekundarstufe I

Im Bereich Stochastik werden von den Schülerinnen und Schülern am Ende der Sekundarstufe I die folgenden Kompetenzen erwartet (Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen, 2007; Ministerium für Schule, Jugend und Kinder des Landes Nordrhein-Westfalen, 2004a, 2004b):

Schülerinnen und Schüler erheben statistische Daten und werten sie aus. Sie beschreiben und beurteilen zufällige Ereignisse mit mathematischen Mitteln.

1. Sie planen statistische Erhebungen, nutzen Methoden der Erfassung und Darstellung von Daten (Säulen- und Kreisdiagramme, Boxplots) und bewerten Darstellungen kritisch.
2. Sie bestimmen relative Häufigkeiten, Mittelwerte (arithmetisches Mittel, Median) und Streumaße (Spannweite, Quartil) und interpretieren diese.
3. Sie bestimmen Wahrscheinlichkeiten mithilfe von Laplace-Regel, Baumdiagrammen und Pfadregeln, nutzen Häufigkeiten zum Schätzen von Wahrscheinlichkeiten und Wahrscheinlichkeiten zur Vorhersage von Häufigkeiten.

Was kann hilfsmittelfrei erwartet werden?

In der Stochastik kommen bei der Erhebung und Darstellung von Daten sowie bei aufwendigen Berechnungen sinnvollerweise digitale Werkzeuge zum Einsatz. Einfache Berechnungen und Darstellungen können aber auch von Hand verlangt werden. Was im Folgenden zu den händisch zu leistenden Rechenkompetenzen gehört, orientiert sich an den im Abschnitt „Arithmetik/Algebra“ aufgezeigten Grenzen. Für die Stochastik von besonderer Bedeutung sind hierbei ein sicherer Umgang mit den Grundrechenarten, insbesondere das Rechnen mit Dezimalzahlen und gute Kenntnisse der Bruchrechnung. Durch ein Asteriskus (*) gekennzeichnete Aufgaben sollten Schülerinnen und Schüler lösen können, die Interesse an Wi-MINT-Fächern und -Berufen zeigen. Werden in den Aufgaben Kompetenzen angesprochen, die verstärkt höhere Anforderungsniveaus erfordern, so sind diese mit (**) kenntlich gemacht.

Einzelkompetenzen

Die diesen Kompetenzen untergeordneten Einzelkompetenzen der jeweiligen Jahrgangsstufen lassen sich verschiedenen Bereichen zuordnen, die im Folgenden dargestellt sind. Dabei wurden von den Kompetenzen der Kernlehrpläne Gesamtschule im Erweiterungskurs und der Realschule (MSJK, 2004a, 2004b) und des Gymnasiums (G8) (MSW, 2007) im Falle von Abweichungen die jeweils umfassendere Kompetenz gewählt. Hinter jeder unten aufgelisteten Kompetenz ist in eckigen Klammern, beispielsweise [A.13], eine Kurzkennung notiert. Diese Kurzkennungen werden in der Aufgabenauflistung hinten im Heft verwendet, um auf die hier aufgelisteten Kompetenzen zu verweisen.

Statistische Erhebungen planen, darstellen und bewerten

Die Schülerinnen und Schüler …

- erheben Daten und fassen sie in Ur- und Strichlisten zusammen **[S.01]**
- stellen Häufigkeitstabellen zusammen und veranschaulichen diese mithilfe von Säulen- und Kreisdiagrammen **[S.02]**
- lesen und interpretieren statistische Darstellungen **[S.03]**
- planen Datenerhebungen, führen sie durch und nutzen zur Erfassung auch eine Tabellenkalkulation **[S.04]**
- analysieren graphische statistische Darstellungen kritisch und erkennen Manipulationen **[S.05]**

Kenngrößen statistischer Erhebungen

Die Schülerinnen und Schüler …

- bestimmen relative Häufigkeiten, arithmetisches Mittel und Median **[S.06]**
- nutzen Median, Spannweite und Quartile zur Darstellung von Häufigkeitsverteilungen als Boxplots **[S.07]**
- interpretieren Spannweite und Quartile in statistischen Darstellungen **[S.08]***

Wahrscheinlichkeiten

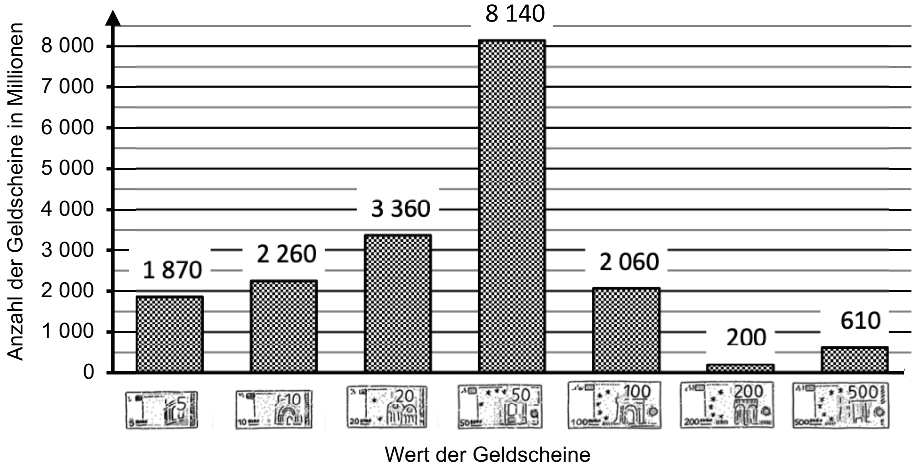
Die Schülerinnen und Schüler …

- benutzen relative Häufigkeiten von langen Versuchsreihen zur Schätzung von Wahrscheinlichkeiten **[S.09]**
- verwenden einstufige Zufallsversuche zur Darstellung zufälliger Erscheinungen in alltäglichen Situationen **[S.10]**
- bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei einstufigen Zufallsexperimenten mithilfe der Laplace-Regel **[S.11]**
- veranschaulichen ein- und zweistufige Zufallsexperimente mithilfe von Baumdiagrammen **[S.12]***
- verwenden zweistufige Zufallsversuche zur Darstellung zufälliger Erscheinungen in alltäglichen Situationen **[S.13]**
- bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei zweistufigen Zufallsexperimenten mithilfe der Pfadregeln **[S.14]**
- nutzen Wahrscheinlichkeiten zur Beurteilung von Chancen und Risiken und zur Schätzung von Häufigkeiten **[S.15]***

Statistische Erhebungen planen, darstellen und bewerten

Geldscheine

Quelle: ZP10 M HSA HT 2017, Teil II, Aufgabe 3

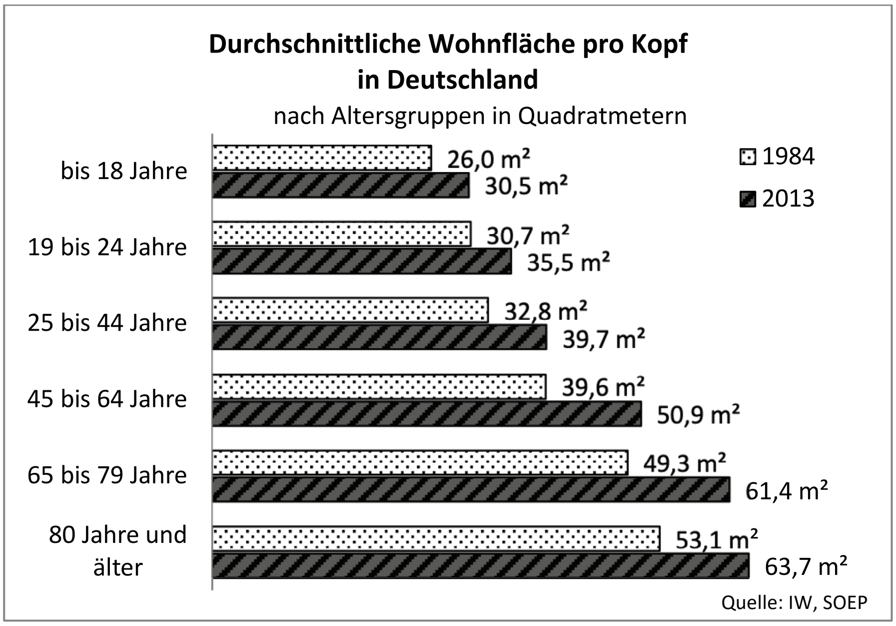


Das Diagramm zeigt die Anzahl aller Euroscheine im Jahr 2015. Alle Angaben sind in Millionen. 2015 gab es etwas 18 500 Millionen Euroscheine.

Zeige, dass der Anteil der 50-Euro-Scheine an allen Scheinen 44 % beträgt.

Wohnfläche

Quelle: ZP10 M MSA NT 2016, Teil I, Aufgabe 4



a) Entscheide mithilfe des Diagramms und kreuze an.

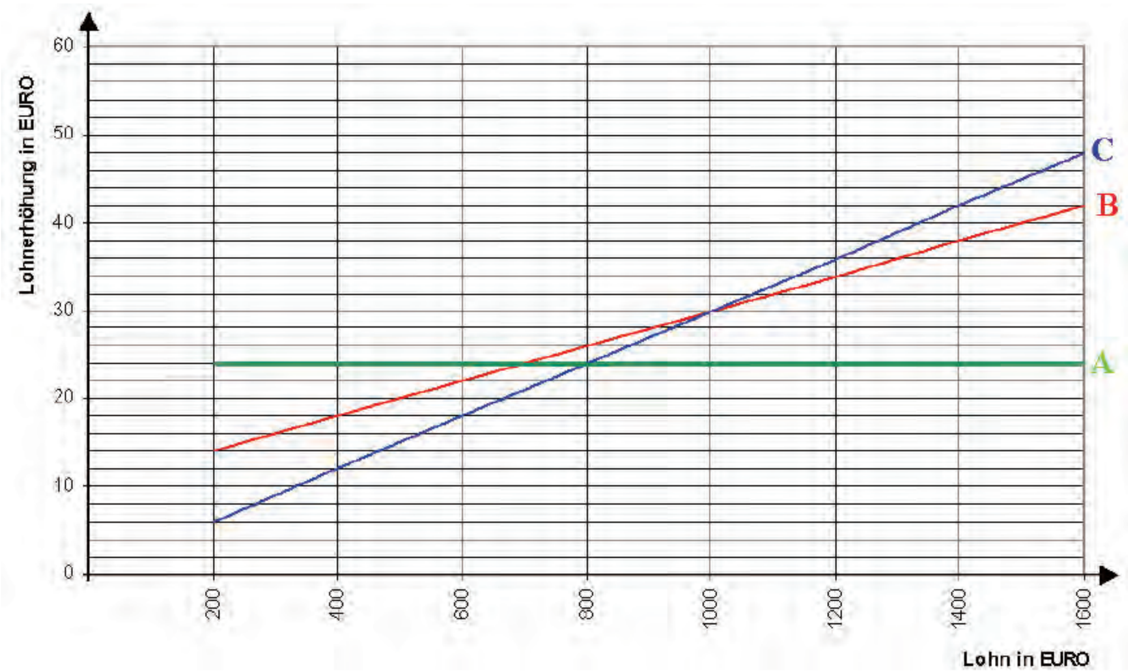
	trifft zu	trifft nicht zu
Mit zunehmendem Alter steht den Menschen in Deutschland weniger Wohnfläche zur Verfügung.	☐	☐
Den 19- bis 24-Jährigen steht 2013 4,8 m² mehr an Wohnfläche zur Verfügung als 1984.	☐	☐
Im Jahr 2013 steht den 65- bis 79-Jährigen doppelt so viel Wohnfläche zur Verfügung wie den unter 18-Jährigen.	☐	☐

b) Formuliere mithilfe des Diagramms eine Aussage zu den 45- bis 64-Jährigen, die zutrifft.

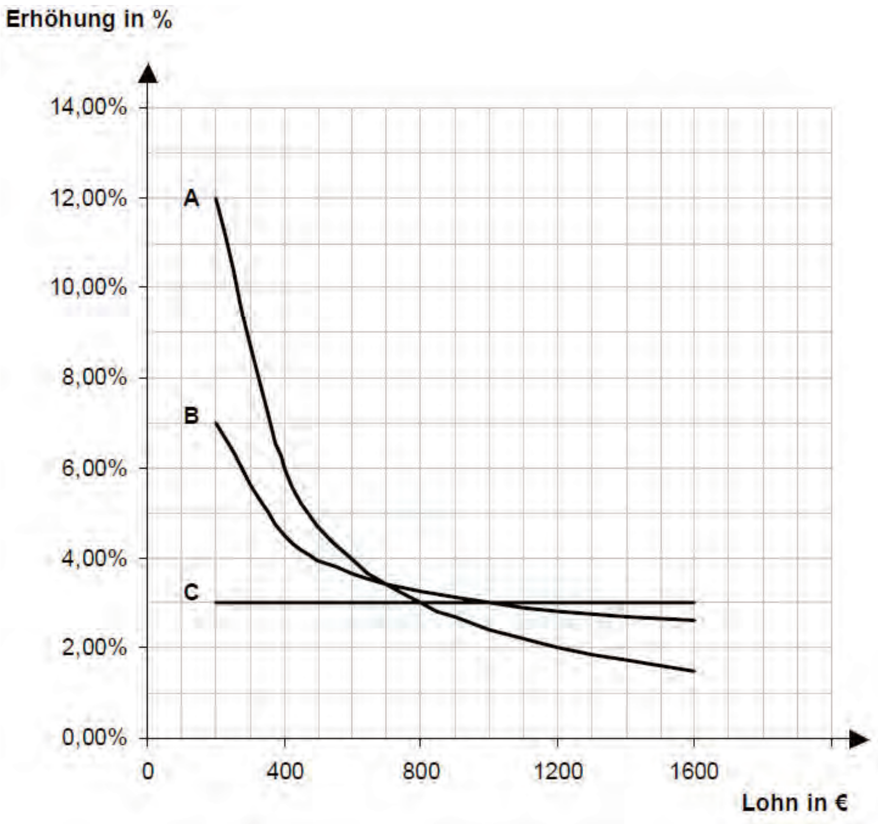
Lohnerhöhung

Quelle: Ständige Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland, 2004, S. 22-23, Grafiken aus: www.realschulebayern.de/fileadmin/brn/lehrplan/doc/mathematik_msa_bs_04-12-2003.pdf

Die beiden folgenden Grafiken stellen drei verschiedene Modelle (Modell A, Modell B, Modell C) für Lohnerhöhungen dar.



Grafik 1



Grafik 2

a) Beschreibe die Grafiken und begründe anhand ausgewählter Beispiele rechnerisch für Modell A und C, dass beide Grafiken das gleiche Modell für Lohnerhöhungen darstellen.

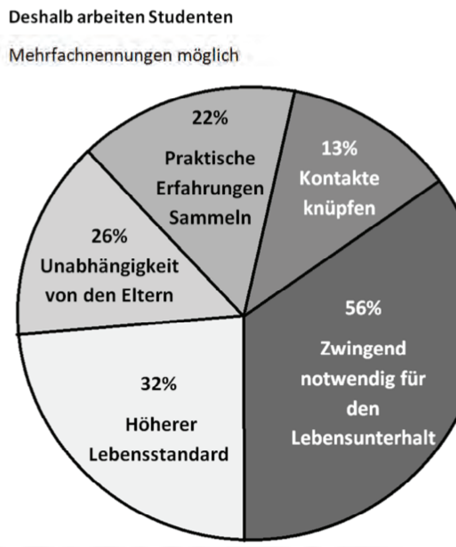
b) Eine der beiden Grafiken soll in einer Veröffentlichung erscheinen (z.B. Zeitungsartikel). Welche Grafik würdest du auswählen, wenn du Modell A bevorzugst? Begründe deine Wahl.

Studentenjobs

Quelle: Ständige Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland, 2004, S. 17

a) Das nebenstehende Diagramm zeigt Untersuchungsergebnisse zur Frage „Warum arbeiten Studenten?“ Angenommen es wurden 2000 Studenten befragt. Wie viele Studenten haben die Aussage „zwingend notwendig“ für den Lebensunterhalt angegeben?

b) Edeltraud sagt: „Den Studenten scheint es doch gar nicht so schlecht zu gehen, denn nur ungefähr ein Drittel muss „zwingend für den Lebensunterhalt“ arbeiten. Monika entgegnet. „Das stimmt doch gar nicht!“ Wie kommen Monika und Edeltraut jeweils zu ihren Meinungen? Gib eine grafische Darstellung der Befragungsergebnisse an, die die Meinungsverschiedenheit vermeidet.



nach Zeit-Grafik/Quelle: Sozialerhebung des Deutschen Studentenwerkes 1998 (Original in: Die Zeit vom 15.07.1999)

Zitronengetränk

Quelle: Schmidt, 2012b nach VerA 8, IQB 2012

Die Firma Fruktia stellt die Umsätze ihres neuen Zitronengetränks in einem Diagramm dar (Abbildung 1). Die Werbeabteilung der Firma hat das Diagramm zum Umsatz des Zitronengetränks verändert (Abbildung 2).

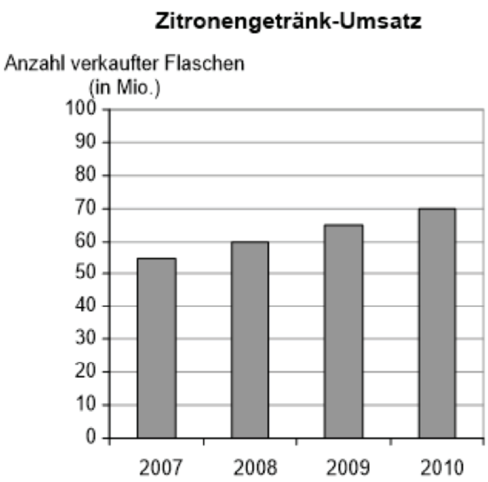


Abbildung 1

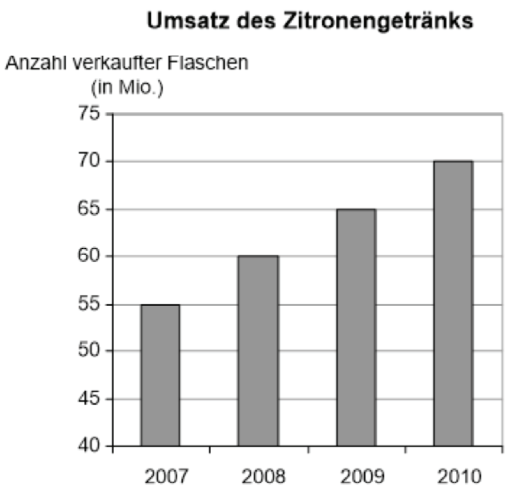


Abbildung 2

Beschreibe, welchen Eindruck die Werbeabteilung mit dem veränderten Diagramm erwecken möchte und erläutere, wodurch sie dieses erreicht.

Computerkauf

Quelle: ZP10 M HSA NT A 2016, Teil II, Aufgabe 2

Im Jahr 2013 wurden im Onlinehandel für „Computer und Zubehör“ 1 461 Millionen Euro ausgegeben, im Jahr 2014 waren es 2 507 Millionen Euro.

Anna stellt den Anstieg mithilfe einer Grafik dar.

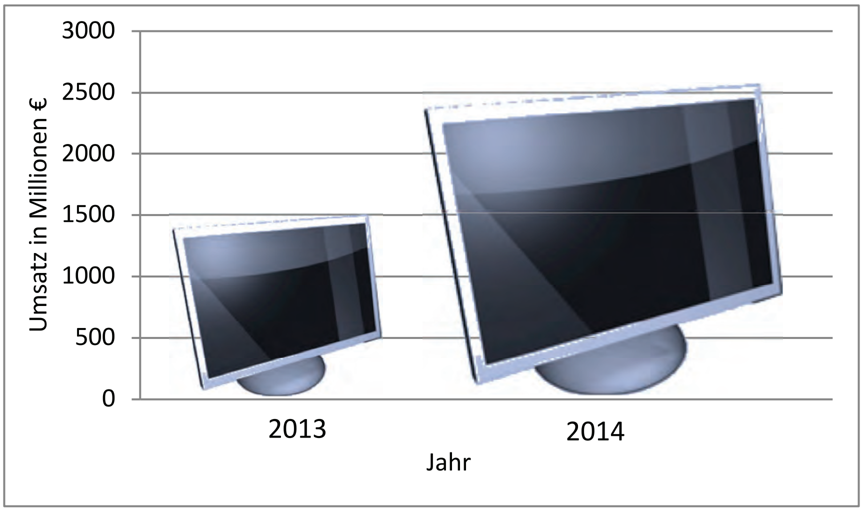


Abbildung: Umsatz im Onlinehandel von „Computern und Zubehör“

Beim Betrachten der Grafik kann der Eindruck entstehen, dass sich der Umsatz von „Computern und Zubehör“ innerhalb des Jahres mehr als verdoppelt hat. Wodurch entsteht dieser Eindruck?

Kenngrößen statistischer Erhebungen

Basketball (III)

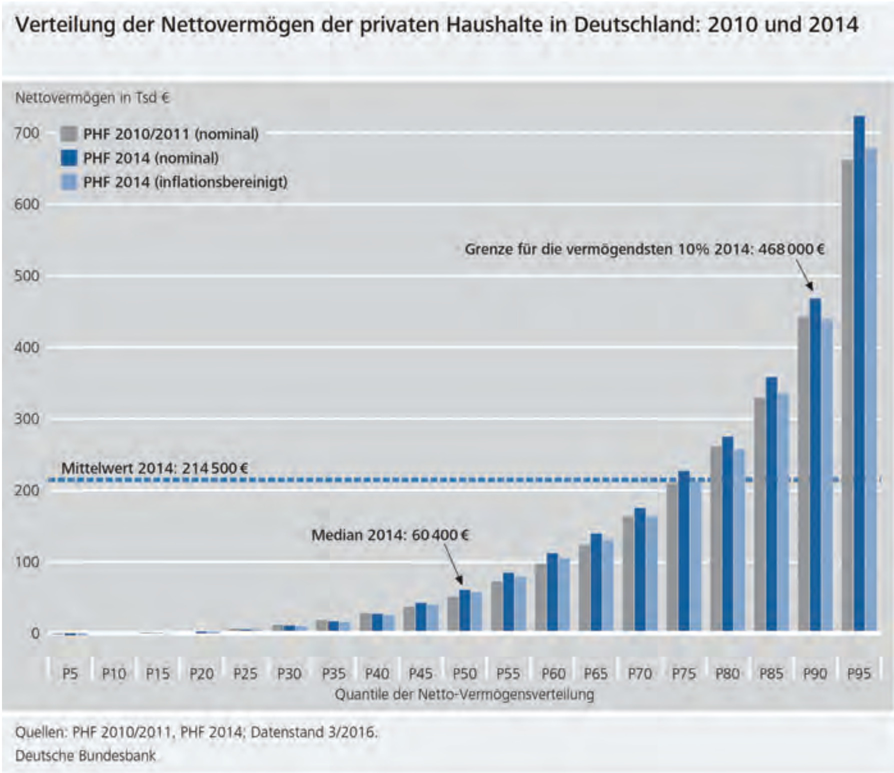
Quelle: Drueke-Noe et al., 2011, B 5.04 Zahlen angepasst

Kevin und Mehmed trainieren Korbwerfen. Kevin hat in 120 Würfen 84-mal getroffen. Mehmed hat in 88 Würfen 66-mal getroffen.

Wer von beiden hat die bessere Trefferquote?

Vermögen in Deutschland

Quelle: eigene Aufgabe (Deutsche Bundesbank, 2016, S. 65)



In der obenstehenden Grafik bedeutet „PHF“: „Private Haushalte und ihre Finanzen“, in der Grafik ist das Nettovermögen nach Abzug der Schulden in Tausend € abgebildet, „P90“ bedeutet, dass 90 % der Haushalte unter diesem Wert liegen.

a) Erläutere, wie der Median und das arithmetische Mittel berechnet werden und begründe, warum der Median und das arithmetische Mittel hier so stark voneinander abweichen.

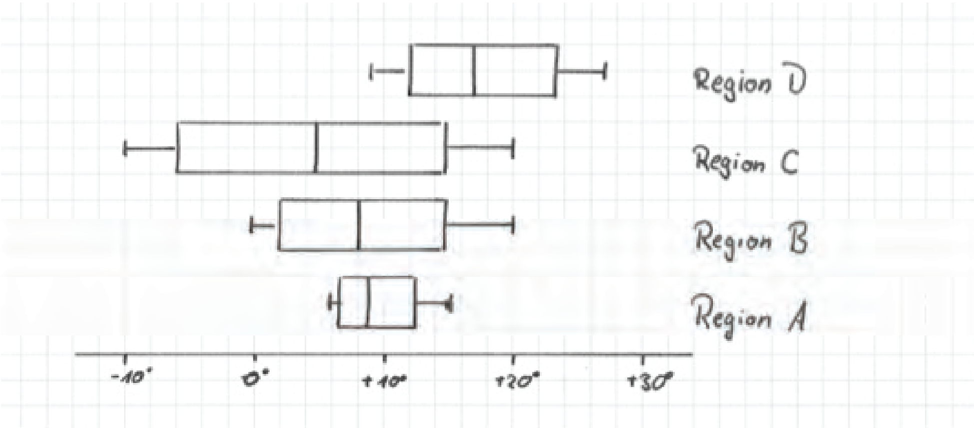
b) Wie viel Prozent der Haushalte besitzen ein Nettovermögen, das unterhalb des arithmetischen Mittels liegt?

c) Ein Maß für die Vermögensverteilung ist das sogenannte 90/50-Verhältnis, d.h. das Verhältnis des P90-Wertes zum Median. Bestimme dieses Verhältnis auf eine Nachkommastelle genau.

Klimazonen

Quelle: Schmidt, 2012a, S. 5

Eine Schülergruppe hat vier verschiedene Klimazonen in Boxplots dargestellt.



a) Lies aus dem Diagramm die fehlenden statistischen Kenndaten für die Region B ab.

	Minimum	Maximum	Spannweite	Median/ Zentralwert	unteres Quartil	oberes Quartil
Region B						

b) Für die Region C kann man den Median nur ungenau ablesen: Bestimme den Median genau.

	Jan	Feb	März	April	Mai	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dez
Region A	6	6	7	8	11	13	15	15	14	10	8	7
Region C	-10	-9	-4	5	12	17	20	18	11	4	-2	-8

c) Berechne für die Regionen A und C das arithmetische Mittel.

d) Prüfe anhand des Boxplot-Diagramms, ob folgende Aussagen richtig oder falsch sind oder mithilfe des Diagramms nicht entscheidbar sind.

Aussage	richtig	falsch	mithilfe des Diagramms nicht entscheidbar
Der kälteste Monat in Region A ist wärmer als der kälteste Monat in Region D.	☐	☐	☐
Es gibt in Region C zwei Monate, die gleich warm sind.	☐	☐	☐
Die Hälfte der Monate in Region B haben eine Durchschnittstemperatur von mindestens 8°.	☐	☐	☐
Die Spannweite des Monatstemperaturen in Region C ist dreimal so groß wie in Region A.	☐	☐	☐
Der Juli ist in Region D der wärmste Monat.	☐	☐	☐
Die Hälfte der Monate in Region B haben eine Durchschnittstemperatur zwischen 2° und 14°.	☐	☐	☐

e) Welche weiteren Informationen kannst du aus den Diagrammen entnehmen?

Wahrscheinlichkeiten

Tischtennisbälle

Quelle: ZP10 M MSA NT 2016, Teil I, Aufgabe 1

In einer Urne sind 60 Tischtennisbälle. 15 Bälle sind blau, 25 Bälle sind rot und die restlichen Bälle sind gelb. Es soll ein Ball aus der Urne gezogen werden.

a) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, einen gelben Ball zu ziehen?

b) Die Zusammensetzung der Farben der 60 Tischtennisbälle soll verändert werden. Die Wahrscheinlichkeit einen roten Ball zu ziehen, soll 20 % betragen. Gib eine mögliche Verteilung der roten, blauen und gelben Bälle an.

Würfelwurf

Quelle: selbst konstruiert, Allgemeingut

Ein normaler Würfel wird zweimal geworfen.

Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass

a) ein Pasch (zwei gleiche Zahlen) geworfen wird;

b) die Augensumme „8“ beträgt;

c) die Differenz der gewürfelten Augenzahlen „4“ beträgt (mit und ohne Beachtung der Reihenfolge);

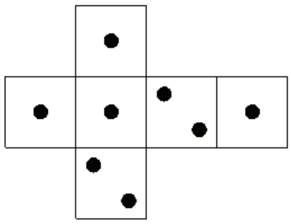
d) die Augensumme eine Primzahl ist;

e) die Augensumme mindestens 3 beträgt. (Rechne geschickt.)

Würfelnetz (II)

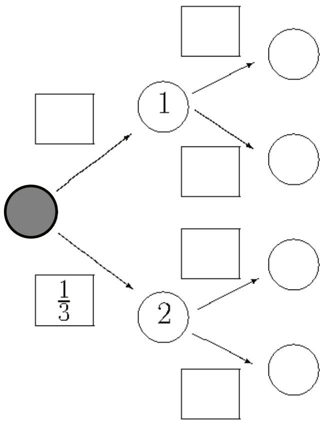
Quelle: ZP10 M MSA 2015, Teil I, Aufgabe 2

Claude wirft mit einem besonderen Spielwürfel. Nebenstehend siehst du das Netz des Würfels.



a) Begründe, dass die Wahrscheinlichkeit für die Augenzahl „2“ bei einem Wurf mit dem Würfel $\frac{1}{3}$ beträgt.

b) Der Würfel wird zweimal geworfen. Ergänze in dem Baumdiagramm unten die fehlenden Wahrscheinlichkeiten und Ereignisse.

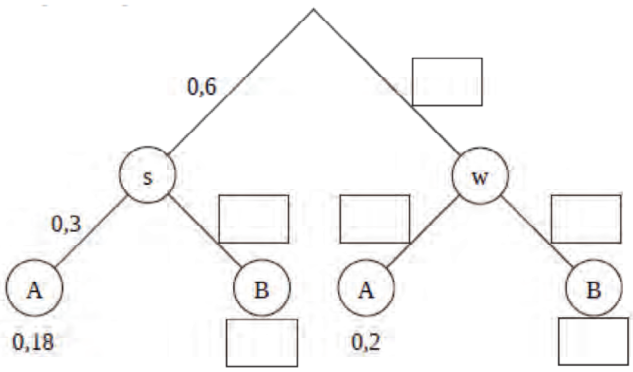


c) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, zweimal eine „2“ zu würfeln.

Lücken im Baumdiagramm

Quelle: ZKE M 2017, Teil I, gekürzt

In einer Urne befinden sich schwarze (s) und weiße (w) Kugeln, die zusätzlich entweder mit dem Buchstaben A oder dem Buchstaben B beschriftet sind. Aus der Urne wird eine Kugel gezogen. Dieses Zufallsexperiment ist in dem folgenden unvollständig beschrifteten Baumdiagramm dargestellt

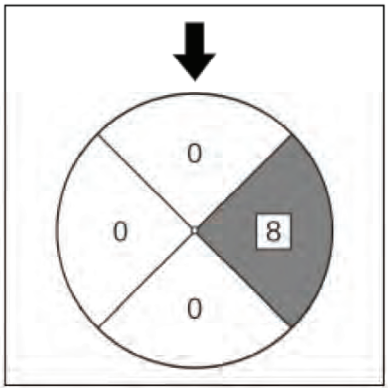


Baumdiagramm

Ermittle die fehlenden Wahrscheinlichkeiten und gib diese in den Rechtecken im Baumdiagramm an.

Die wilde 8

Quelle: ZKE M 2016, Teil I, Aufgabe 2, gekürzt



Beim Spiel „Die wilde 8" wird das Glücksrad mit den beiden Zahlen 0 und 8 (siehe Abbildung) zweimal gedreht.

a) Erstelle für dieses Zufallsexperiment ein vollständig beschriftetes Baumdiagramm mit allen Pfadwahrscheinlichkeiten.

b) Die beiden Zahlen in den Feldern, auf die jeweils der Pfeil zeigt, werden addiert. Berechne die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass sich

- die Summe 0 ergibt;
- die Summe 8 ergibt;
- die Summe 16 ergibt.

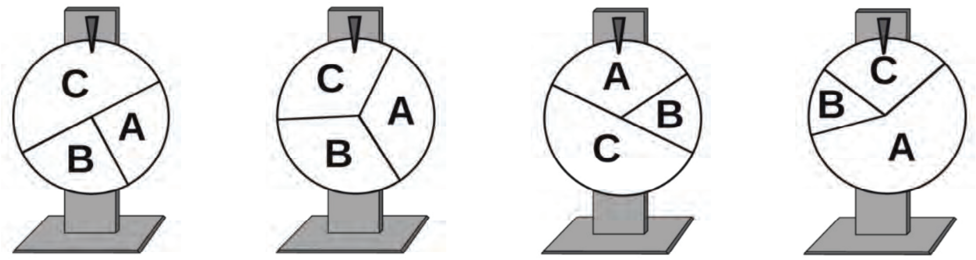
Glücksrad

Quelle: ZP ARS WT HT A 2015, Teil I, Aufgabe 5

Für ein Schulfest wurde ein Glücksrad gebaut. Während des Festes wurde das Glücksrad insgesamt 1542-mal gedreht und jedes Mal aufgeschrieben, wo es stoppte.

Feld	A	B	C
Anzahl der Drehungen	512	267	763

Welches der abgebildeten Glücksräder wurde vermutlich verwendet? Begründe.



Glücksrad 1 Glücksrad 2 Glücksrad 3 Glücksrad 4

Münzwurf

Quelle: ZP10 M MSA NT 2014, Teil II, Aufgabe 1

Mit einer Münze kann entweder „Kopf" oder „Zahl" geworfen werden.

a) Entscheide und kreuze entsprechend an.

Aussage	trifft zu	trifft nicht zu	nicht entscheidbar
Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „Kopf" ist genauso groß wie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „Zahl".	☐	☐	☐
Wenn man eine Münze 10-mal wirft, ist immer 5-mal „Zahl" oben.	☐	☐	☐

b) Meral behauptet, dass bei einem Versuch mit 10 000 Würfen genau 30-mal „Kopf" oben lag. Was meinst du zu dieser Behauptung? Begründe deine Meinung.

Schokoladenkugeln

Quelle: ZP10 M MSA/Gym 2017, Teil II, Aufgabe 1 (gekürzt, Werte modifiziert)

Als Geschenk für ihren Opa füllt Kara 12 verpackte Schokokugeln in eine Tüte. Davon sind 3 Kugeln aus weißer Schokolade (W) und 3 Kugeln aus Zartbitterschokolade (Z). Die restlichen Kugeln sind aus Vollmilchschokolade (V). Die Kugeln sind von außen nicht zu unterscheiden.

a) Karas Opa nimmt eine Kugel aus der Tüte. Sie ist aus weißer Schokolade. Begründe, dass die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis $P(W)=\frac{1}{4}$ beträgt.

b) Er isst die Kugel auf und nimmt erneut eine Kugel aus der Tüte. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass diese Kugel wieder aus weißer Schokolade ist?

Kara hat noch eine weitere Tüte mit 12 Kugeln gleicher Verteilung für ihre Oma mitgebracht. Die Oma nimmt zwei Kugeln aus der Tüte.

c) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass davon eine Kugel aus weißer Schokolade und eine Kugel aus Vollmilchschokolade ist.

d) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass keine der beiden Kugeln aus Zartbitterschokolade ist.

Übersicht über die Aufgaben mit Zuordnung der Kompetenzen

Nr.	Kompetenz	Was ist zu leisten?
Darstellungswechsel		
a	A.01	Umformen einer Zahl von der Wortform in die Zifferndarstellung
b	A.01	Umformen von Zahlen von der Zifferndarstellung in die Wortform
c	A.04	Umformen von Zahlen von der Wortform in die Zehnerpotenzschreibweise
d	A.04	Umformen von Zahlen von der Ziffernschreibweise in die Zehnerpotenzschreibweise
e	A.04	Umformen einer Zahl von der Potenzschreibweise (mit negativem Exponenten) in die Bruchschreibweise
Negative Zahlen auf der Zahlengeraden		
a	A.01	Eintragen von ganzen Zahlen in eine gegebene Zahlengerade
b	A.12	Anschauliches Subtrahieren von ganzen Zahlen mithilfe der Zahlengeraden
c	A.02 A.03	Eintragen von rationalen Zahlen (Dezimalzahl, Bruch, negative Dezimalzahl) in eine gegebene Zahlengerade
Prozente		
	A.02 A.03	Erkennen verschiedener Darstellungen des Anteils (Prozentzahl, Bruch, Dezimalzahl)
Fairer Handel		
	A.03 A.06 A.12	Berechnen eines Anteils, Verwenden verschiedener Darstellungen des Anteils (Prozentzahl, Bruch, Dezimalzahl), Runden einer Dezimalzahl, Vergleichen von endlichen Dezimalzahlen, Multiplizieren von endlichen Dezimalbrüchen
Zeitangaben		
	A.05	Umwandeln von Zeiteinheiten (Sekunden, Minuten, Stunden)
Längenangaben		
	A.05	Umwandeln von Längeneinheiten (Zentimeter, Meter, Kilometer)
Direktes Ordnen		
a	A.07	Ordnen von rationalen Zahlen
b	A.07	Ordnen von rationalen Zahlen
c	A.07	Ordnen von rationalen Zahlen

Nr.	Kompetenz	Was ist zu leisten?
Ziffern finden		
a	A.07	Ordnen von Dezimalbrüchen mit gleicher Zehntel-Ziffer
b	A.07	Ordnen von Potenzen mit gleichem Exponenten
c	A.07	Ordnen von Brüchen mit gleichem Zähler
Beispiele		
a	A.08	Nennen von Beispielen für verschiedene rationale Zahlen
b	A.08 A.09	Zuordnen von Zahlen zu unterschiedlichen Zahlräumen, Diskutieren des Spezialfalls der Null
c	A.08	Begründen der Gleichheit verschiedener Darstellungen einer Zahl
d	A.08	Begründen von Ober- und Untermengen verschiedener Zahlräume
Die Wurzel von 2		
a	A.07 A.09 A.12	Quadrieren von rationalen Zahlen, Vergleichen von rationalen Zahlen
b	A.09 A.12	Quadrieren von rationalen Zahlen, Vergleichen von rationalen Zahlen, Erkennen und Beschreiben des Prinzips der Intervallschachtelung
Zahlenmauer		
	A.12	Addieren und Subtrahieren von ganzen Zahlen
Multiplikation einer Dezimalzahl mit einer Stufenzahl		
	A.12	Multiplizieren einer ganzen Zahl mit einer Stufenzahl
Vermischtes zu Rechenarten		
a	A.12	Kürzen eines Bruchs, Potenzieren
b	A.12	Anwenden des Distributivgesetzes, Rechnen mit rationalen Zahlen
c	A.12	Kürzen eines Bruchs, evtl. Erweitern eines Bruchs, Rechnen mit rationalen Zahlen
Abschätzen		
a	A.12	Schriftliches Addieren, Überschlagsrechnen
b	A.12	Schriftliches Multiplizieren, Überschlagsrechnen
c	A.12	Schriftliches Multiplizieren, Überschlagsrechnen
d	A.12	Schriftliches Dividieren, Überschlagsrechnen
e	A.12	Schriftliches Multiplizieren, Überschlagsrechnen
Quadrate überschlagen		
a	A.03 A.04 A.06	Ordnen von rationalen Zahlen

Nr.	Kompetenz	Was ist zu leisten?
	A.07 A.13	
b	A.13 A.16	Kennen der Definition der Wurzel, Ordnen von Quadratzahlen
Quadrate (I)		
a	A.14	Erkennen eines Bildungsgesetzes, Anfertigen einer Skizze
b	A.14	Fortsetzen einer Figurenreihe, Abzählen von Quadraten
c	A.14	Erkennen eines Bildungsgesetzes in einer Figurenreihe, Abschätzen von Quadratzahlen
Kino		
a	A.14	Erkennen eines Bildungsgesetzes in einer Figurenreihe, Abzählen von Elementen einer Figur
b	A.14	Fortsetzen einer Figurenreihe bzw. Abzählen von Elementen einer Figur
Drucker		
a	A.04 A.10 A.14	Anwenden von Zehnerpotenzen und Vorrangregeln, Überschlagsrechnen, evtl. Bestimmen einer Anzahl auf systematische Weise
b	A.04 A.10	Dividieren von großen Zahlen, Erkennen eines Musters in der Division, Überschlagsrechnen
Teiler		
a	A.15	Bestimmen der Teiler einer gegebenen Zahl
b	A.15	Bestimmen des größten gemeinsamen Teilers zweier gegebener Zahlen
c	A.15	Anwenden der Teilbarkeitsregel für 3
d	A.15	Anwenden der Teilbarkeitsregeln für 2 und 3, Kombinieren dieser Teilbarkeitsregeln
e	A.15	Begründen der Teilbarkeitsregel für 4
Vielfache		
a	A.15	Angeben der Vielfachen einer gegebenen Zahl in einem Intervall
b	A.15	Bestimmen eines gemeinsamen Vielfachen von zwei gegebenen Zahlen
c	A.15	Bestimmen des kleinsten gemeinsamen Vielfachen von zwei gegebenen Zahlen
Terme zusammenfassen		
a	A.16	Ausmultiplizieren und Zusammenfassen eines Terms
b	A.16	Ausmultiplizieren und Zusammenfassen eines Terms

Nr.	Kompetenz	Was ist zu leisten?
Binomische Formel		
a	A.16	Anwenden der ersten binomischen Formel, Ausmultiplizieren und Zusammenfassen eines Terms
b	A.16	Anwenden der ersten binomischen Formel, Ausmultiplizieren und Zusammenfassen eines Terms
Bruchterme		
a	A.16	Anwenden einer binomischen Formel auf einen Bruchterm in einem einfachen Fall
b	A.16	Anwenden einer binomischen Formel auf einen Bruchterm, Alternative: Argumentieren mit Gegenbeispielen
Lineare Gleichungen		
a	A.17	Lösen einer linearen Gleichung
b	A.17	Lösen einer linearen Gleichung
c	A.18	Begründen der Unlösbarkeit einer Gleichung
d	A.11	Lösen einer einfachen Bruchgleichung
Freizeitpark		
	A.18	Erfassen einer Sachsituation, Addieren und Multiplizieren von natürlichen Zahlen
Nullstellen quadratischer Funktionen		
a	A.17 A.18	Lösen einer quadratischen Gleichung in Normalform
b	A.17	Lösen einer quadratischen Gleichung in Produktform
c	A.17 F.06	Lösen einer quadratischen Gleichung in Scheitelpunktform
d	A.17 A.18	Lösen einer quadratischen Gleichung, die in keiner der in (a)–(c) genannten Formen vorliegt
e	A.17 F.06	Lösen einer quadratischen Gleichung ohne linearen Summanden
f	A.12 A.17 A.18 F.06	Lösen einer quadratischen Gleichung, die in keiner der in (a)–(c) genannten Formen vorliegt
Exponentialgleichungen		
a	A.17	Lösen einer Exponentialgleichung durch Probieren
b	A.17	Lösen einer Exponentialgleichung durch Probieren
c*	A.17	Lösen einer Exponentialgleichung durch Anwenden des Logarithmus

Nr.	Kompetenz	Was ist zu leisten?
Lösbarkeit		
	A.18	Entscheiden der Lösbarkeit einer quadratischen Gleichung mithilfe der Diskriminante bzw. über die Scheitelpunktform
Verschiedene Lösungsverfahren		
a	A.19	Begründetes Auswählen eines Lösungsverfahrens für ein lineares Gleichungssystem mit zwei Unbekannten
b	A.19	Lösen eines linearen Gleichungssystems mit zwei Unbekannten
Geraden schneiden		
a	F.05	Zeichnen zweier linearer Funktionen, die in Normalform gegeben sind, Ablesen eines gemeinsamen Punkte
b	A.17	Übersetzen der Suche nach einem Schnittpunkt zweier linearer Funktionen in ein lineares Gleichungssystem, Lösen eines einfachen linearen Gleichungssystems
c	A.19	Herstellen des Zusammenhangs zwischen der Zeichengenauigkeit und einem algebraisch-rechnerischen Verfahren, Ziehen von Schlüssen aus diesem Vergleich
Lineare Gleichungssysteme		
a	A.20	Begründen der Unlösbarkeit eines linearen Gleichungssystems mit zwei Unbekannten
b	A.19	Lösen eines linearen Gleichungssystems
c	(A.16) F.05	Wechseln der Geradendarstellung von der Termform in die graphische Darstellung, Wählen eines geeigneten Zeichenbereichs
d*	F.06	Deuten des Parameters als Steigung der Geraden
e*	A.20	Interpretieren der (linearen) Abhängigkeit von Gleichungen, Verstehen einer leeren Lösungsmenge, evtl. Verstehen des Steigungsbegriffs
Schwimmbad		
a	A.19 A.20	Umgehen mit Einheiten, Übertragen eines bekannten Lösungsverfahrens auf eine unbekannte Situation, Schrittweise zielführend Arbeiten
b	A.20 abhängig von a)	Interpretieren der Ergebnisse aus (a) im Situationsmodell
Zeichnung		
	F.01	Einteilen einer Fläche für die Einfärbung eines vorgegebenen Anteils
Prozentaufgaben		
a	F.01	Berechnen eines Prozentsatzes
b	F.01 A.05 A.12	Berechnen eines Prozentsatzes

Nr.	Kompetenz	Was ist zu leisten?
c	F.01 A.12	Berechnen eines Prozentwerts
d	F.01 A.12	Berechnen eines Prozentwerts
e	F.01 A.12	Berechnen eines Grundwerts
Wanderung (I)		
	F.01	Ablesen von Werten aus einem Diagramm, Berechnen einer Steigung in Prozent
Plätzchenverkauf		
	F.01	Berechnen eines vermehrten Grundwerts
Bevölkerungsstatistik		
a	F.01	Entnehmen von Zahlen aus einem Text, Formulieren von Fragen
b	F.01	Erkennen von fehlenden Angaben in einem Text, Formulieren von Fragen
Abschlussfahrt		
	F.01 F.08	Erfassen eines Texts, Generieren von Antworten aus konkreten Beispielen
Smart Home (I)		
a	F.01	Berechnen und runden eines Prozentsatzes
b	F.01	Interpretieren einer Grafik, Anwenden des Prozentbegriffs, Erfassen eines Texts
Kreissektoren		
	F.01	Anwenden der Begriffe „Kreissektor“ und „Mittelpunktswinkel“, Erkennen eines Grundwerts
Wanderung (II)		
a	F.02	Ablesen von Werten aus einem Diagramm
b	F.02	Ablesen von gesuchten Werten aus einem Diagramm und Bilden der Differenz
c	F.04 G.08	Interpretieren eines Höhenprofils und Deuten im Kontext
Quadrate (II)		
	F.03 F.05	Erläutern des Zusammenhangs zwischen einem Muster und einem gegebenen Term
Smart Home (II)		
a	F.05	Aufstellen eines Terms aus einem Text

Nr.	Kompetenz	Was ist zu leisten?
b	F.10 A.12	Einsetzen eines Wert in einen gegebenen Term, Multiplizieren
Kerze		
a	F.05 F.03	Bestimmen einer Änderungsrate, Umgehen mit Einheiten, Fortsetzen einer linearen Abnahme in einer Tabelle
b	F.05	Aufstellen eines Term aus einer Wertetabelle
c	F.10 A.10 A.12 A.18	Berechnen einer Nullstelle
Abschlussfahrt		
	F.05	Strukturieren von Angaben aus einer Tabelle
Geradengleichung		
	F.05	Ablesen von Steigung und *y*-Achsenabschnitt von gegebenen Geraden, Erstellen des Funktionsterms
Graphen linearer Funktionen		
a	F.05 F.05	Umwandeln einer Geradengleichung in Normalform in einen Graphen
b	F.05	Umwandeln einer linearen Gleichung in einen Graphen
c	F.05 F.05 F.06	Skizzieren einer Geraden aus der Steigung und einem Punkt
d	F.05 F.05 F.06	Skizzieren einer Geraden aus der Steigung und einem Punkt
e	G.04	Skizzieren einer Geraden aus zwei Punkten
Wertetabelle		
	F.05 A.12	Erstellen einer Wertetabelle zu einer gegebenen quadratischen Funktionsgleichung, Skizzieren des Graphen
Parabel und Gerade		
a	F.05 A.12 A.17	Auswählen und Ablesen geeigneter Punkte aus einem Graphen, Bestimmen des Terms einer linearen Funktion aus zwei Punkten, Aufstellen des Terms einer quadratischen Funktion in Scheitelpunktform
b	F.05	Angeben von Fachbegriffen wie „Nullstellen“, „Scheitelpunkt“ usw.
Gletschereisbrücke		
a	F.05	Berechnen der Spannweite einer Parabel aus dem Graphen

Nr.	Kompetenz	Was ist zu leisten?
b	F.05 A.17	Bestimmen des Funktionsterms einer quadratischen Funktion aus dem Graphen unter Ausnutzung der Symmetrie
Exponentialfunktion		
a	F.05 A.04	Bestimmen von Funktionswerten aus einem gegebenen Funktionsterm, Potenzieren, Wählen eines geeigneten Maßstabs für die Achsen eines Koordinatensystems
b	F.05	Anwenden von Kenntnissen über den Verlauf von Graphen der Exponentialfunktionen, evtl. Potenzieren von Brüchen
Sinus und Kosinus		
a	F.05	Kennen des Verlaufs des Graphen der Sinusfunktion
b	F.05	Kennen von charakteristischen Werten der Sinusfunktion
c	F.05	Erkennen einer Verschiebung in Richtung der x-Achse zu zwei gegebenen Graphen
Funktionaler Zusammenhang		
	F.05	Übersetzen einer formalen Schreibweise in die Fachsprache
Vom Term zum Graph		
a	F.05 A.07	Deuten der Steigung in einem linearen Funktionsterm, Vergleichen eines Dezimalbruchs und einer Bruchzahl
b	F.05	Deuten des y-Achsenabschnitts
c	F.05 A.07	Deuten der Steigung in einem linearen Funktionsterm, Vergleichen eines Dezimalbruchs und einer Bruchzahl
d	F.05 A.07	Deuten der Steigung in einem linearen Funktionsterm, Vergleichen zweier Bruchzahlen
e	F.05	Deuten des y-Achsenabschnitts in einem linearen Funktionsterm
Theodor-Heuss-Brücke (I)		
a	F.05	Wählen einer geeigneten Achseneinteilung für ein Koordinatensystem
b	F.06	Begründen der Steigung eines linearen Funktionsterms aus der Parallelität in einer Zeichnung, Bestimmung des y-Abschnitts einer linearen Funktion aus einer Zeichnung
c	F.05 F.06	Bestimmen der Funktionsgleichung einer linearen Funktion aus einer Zeichnung
Vom Graph zum Term		
a	F.06	Erkennen des richtigen Funktionsterms zu einer gegebenen Parabel
b	F.06	Erkennen des richtigen Funktionsterms zu einer gegebenen Parabel
c	F.06	Erkennen des richtigen Funktionsterms zu einer gegebenen Parabel
d	F.06	Erkennen des richtigen Funktionsterms zu einer gegebenen Parabel

Nr.	Kompetenz	Was ist zu leisten?
Exponentialfunktionen		
a	F.06	Auswählen eines passenden Funktionsterm einer Exponentialfunktion bei gegebenem Graphen
b	F.06	Auswählen eines passenden Funktionsterm einer Exponentialfunktion bei gegebenem Graphen
c	F.06	Auswählen eines passenden Funktionsterm einer Exponentialfunktion bei gegebenem Graphen
Algen		
	F.06	Deuten von Funktionswerten im Sachzusammenhang
Lineare Funktion innermathematisch		
a	F.05	Durchführen einer Punktprobe
b	F.10	Beschreiben von Möglichkeiten zum Finden einer Geradengleichung, die eine gegebene lineare Funktion in einem gegebenen Punkt schneidet
c	F.10 A.17	Bestimmen des Schnittpunkts zweier Geraden in Abhängigkeit von der Steigung, Formulieren von Bedingungen für die Lage in einem gegebenen Quadranten, Bestimmen von Werten der Steigung durch Probieren
Fallschirmsprung		
a	F.10	Einzeichnen einer Parallelen zu einer Geraden durch einen Punkt, Ablesen der Nullstelle
b	F.10	Ableiten von Folgerungen über die Geschwindigkeit aus einem Höhe-Zeit-Diagramm
c	F.05 F.06	Term und Verlauf einer Parabel in Beziehung setzen durch Deuten der Parameter oder Berechnen ausgewählter Punkte
Bestimmung von *x*-Werten		
	F.10 A.12 A.17	Lösen einer quadratischen Gleichung
Transformation einer Parabel		
a	F.05	Durchführen einer Punktprobe
b	A.17	Berechnen von Nullstellen
c	F.10 A.18	Bestimmen des Scheitelpunkts und daraus ermitteln der stattgefundenen Transformation
Rechteck im Trapez		
a	F.05 A.12	Bestimmen eines linearen Funktionsterms aus zwei Punkten

Nr.	**Kompetenz**	**Was ist zu leisten?**
b	F.10 A.12 G.08	Bestimmen eines Funktionswerts einer linearen Funktion, Berechnen des Flächeninhalts eines Rechtecks
c	F.10	Erkennen eines funktionalen Zusammenhangs
d	F.10 A.16 A.18	Berechnen der Flächeninhalte verschiedener Rechtecke, Ermitteln des maximalen Flächeninhalts
Basketball (I)		
a	F.10	Ablesen des y-Achsenabschnitt einer quadratischen Funktion
b	F.10 A.16	Aufstellen der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion bei gegebenem Funktionsterm, Interpretieren des Scheitelpunktwertes
c	F.10	Begründen des weiteren Verlaufs der Flugbahn mithilfe der Symmetrie
Basketball (II)		
a	F.01 F.10	Berechnung eines Prozentwerts in zwei Schritten bei sich veränderndem Grundwert
b	F.05	Erkennen einer exponentiellen Abnahme
Riesenrad		
a	F.11	Ablesen einer Periode
b	F.11	Ablesen der Koordinaten eines Hoch- und eines Tiefpunkts, Bilden der Differenz der Koordinaten
c	F.10	Verschieben in Richtung der y-Achse
Nordseeküste		
	F.11	Anwenden der Eigenschaften der Sinusfunktion
Kartenmaßstab		
	F.07 A.12	Anwenden eines einfachen Maßstabsverhältnisses
Graphen		
	F.08	Erkennen einer direkten Proportionalität und einer Antiproportionalität
Tabellen		
a	F.08 A.12	Fortsetzen einer Proportionalität, Erstellen einer Zuordnungsvorschrift für eine proportionale Zuordnung
b	F.08 A.12	Erkennen einer nicht proportionalen Zuordnung
c	F.08 A.12	Fortsetzen einer Antiproportionalität, Erstellen einer Zuordnungsvorschrift für eine proportionale Zuordnung

Nr.	Kompetenz	Was ist zu leisten?
Käse		
a	F.08 F.09	Erkennen einer proportionalen Zuordnung, Anwenden eines einfachen Dreisatzverfahrens
b	F.08 F.09 A.10	Anwenden eines Dreisatzes
Speicherkarte		
	F.08 F.09	Erkennen einer antiproportionalen Zuordnung
Wanderung (III)		
	F.08 F.09 A.12	Erfassen eines Kontexts, Überschlagsrechnen, Multiplizieren/Dividieren
Quadrat		
a	F.10 F.12 A.12 G.08	Berechnen eines Quadratumfangs, Erkennen einer linearen Zunahme
b	F.10 F.12 A.12 G.08	Berechnen eines Flächeninhalts, Erkennen einer quadratischen Zunahme
c	F.10 F.12 G.08	Erkennen eines funktionalen Zusammenhangs
d	F.10 F.12 G.08	Aufstellen eines allgemeinen Terms in Abhängigkeit von einem Parameter
Quadrate (III)		
a	F.12	Erkennen einer linearen Zunahme aus einem Term oder einem Muster
b	F.12	Erkennen einer quadratischen Zunahme aus einem Muster, Vergleichen mit einer linearen Zunahme
Weltbevölkerung		
a	F.12 F.05	Erkennen eines exponentiellen Wachstums aus dem Wachstumsfaktor, Zuordnen des passenden Graphen
b	F.05 F.12	Erkennen eines linearen Wachstums aus dem Text

Nr.	Kompetenz	Was ist zu leisten?
Gebäude		
	G.03	Erkennen verschiedener Körper in Gebäuden auf Fotos
Straßen		
a	G.01	Erkennen paralleler Strecken in einer Anwendungssituation (Straßenkarte)
b	G.01	Erkennen orthogonaler Strecken in einer Anwendungssituation (Straßenkarte)
Quadrate (IV)		
	G.01 G.02	Nennen definierender Eigenschaften von Quadraten
Kerzenformen		
	G.03	Erkennen und Benennen von Körpern im Anwendungskontext
Koordinatensystem		
a	G.04	Zeichnen eines Koordinatensystems und Eintragen von Punkten
b	G.04	Anwenden der Definition eines Rechtecks, Ablesen der Koordinaten eines Punkts im Koordinatensystem
Rekonstruieren		
	G.04	Zeichnen eines Quadrats mit vorgegebener Seitenlänge, Zeichnen von Kreisen nach Erkennen der Radien als Längen im Quadrat (halbe Seitenlänge bzw. halbe Diagonale)
Computerraum		
	G.04 G.06 F.07	Erfassen der Sachsituation, Auswählen eines geeigneten Maßstabs, Anfertigen einer maßstabsgetreuen Zeichnung, Angeben des Maßstabs
Dreiecke zeichnen		
a	G.05	Konstruieren eines Dreiecks mit vorgegebenen Seitenlängen
b	G.05	Konstruieren eines Dreiecks mit zwei Seitenlängen und dem eingeschlossenen Winkel
c	G.05	Konstruieren eines Dreiecks mit zwei Seitenlängen und dem der längeren Seite gegenüberliegenden Winkel
Basteln		
	G.07	Erkennen von Würfelnetzen
Würfelnetz (I)		
	G.07	Erkennen von aneinanderstoßenden Feldern bei Würfelnetzen
Schachtel		
	G.07	Erstellen eines Quadernetzes (ohne Oberseite), Herstellen der Schachtel

Nr.	Kompetenz	Was ist zu leisten?
Truhe		
	G.07	Skizzieren eines maßstäblichen Quaderschrägbilds, Auswählen eines geeigneten Maßstabs
Dreiecksfläche		
	G.08 G.11 A.12	Berechnen des Flächeninhalts eines rechtwinkligen Dreiecks
Rechteck		
a	G.08	Bestimmen eines Rechteckumfangs bei gegebenen Seitenlängen (rechnerisch oder mithilfe einer maßstabsgenauen Zeichnung)
b	G.08	Bestimmen eines Rechteckflächeninhalts bei gegebenen Seitenlängen (rechnerisch oder mithilfe einer maßstabsgenauen Zeichnung)
Giebelfenster		
	G.08 A.05 A.06 A.12	Bestimmen einer Kreisfläche aus einem gegebenen Durchmesser durch Anwenden der Kreisflächenformel, Kennen des Werts von π bzw. eines Näherungswerts, Rechnen mit Dezimalzahlen und Umgehen mit Einheiten
Kreisring		
	G.08 A.05 A.06 A.12	Bestimmen von Kreisflächen mit gegebenen bzw. zu berechnendem Durchmesser durch Anwenden der Kreisflächenformel, Kennen des Werts von π bzw. eines Näherungswerts, Rechnen mit Dezimalzahlen und Umgehen mit Einheiten
Trapeztische: Tischfläche		
	G.08 G.08 A.05 A.12	Berechnen einer Trapezfläche aus gegebenen Grundlängen und der Höhe durch Anwenden der Trapezflächenformel oder von Dreiecks- und Rechtecksflächenformel, Rechnen mit Dezimalzahlen und Umgehen mit Einheiten
Speiseeis		
	G.09 A.05 A.12	Berechnen eines Quadervolumens mit vorgegebenen Kantenlängen, Rechnen mit Dezimalzahlen und Umgehen mit Einheiten
Kegelvolumen		
	G.09 A.05	Berechnen eines Kegelvolumens mit vorgegebenem Radius und Höhe, Umgehen mit Einheiten
Regentonne		
	G.09 A.05 A.12	Berechnen eines Zylindervolumens mit vorgegebenen Kantenlängen, Umgehen mit Einheiten

Nr.	Kompetenz	Was ist zu leisten?
Getränkedose		
	G.09 A.05 A.12	Anwenden der Zylindervolumenformel, Berechnen der Höhe aus Volumen und Durchmesser, Anwenden der Kreisflächenformel, Kennen des Werts von π bzw. eines Näherungswerts, Rechnen mit Dezimalzahlen und Umgehen mit Einheiten
Pyramide		
	G.09 A.05 A.12 F.09	Berechnen des Pyramidenvolumens, Anwenden eines Dreisatzes, Rechnen mit Dezimalzahlen, Umgehen mit Einheiten
Kegeloberfläche		
a	G.09 A.05 A.12 F.09	Berechnen der Kegeloberfläche durch Berechnen einer Kreisfläche sowie eines Kreissektors (z.B. mit Dreisatz), Anwenden der Kreisflächenformel, Kennen des Werts von π bzw. eines Näherungswerts, Rechnen mit Dezimalzahlen, Umgehen mit Einheiten
b	G.09 evtl. F.09	Berechnen von zwei Kegelvolumina oder Erkennen eines funktionalen Zusammenhangs
Ballon		
a	G.09 A.05 A.12 F.09	Berechnen eines Kugelvolumens durch Anwenden der Kugelvolumenformel, Kennen des Werts von π bzw. eines Näherungswerts, Rechnen mit Dezimalzahlen, Umgehen mit Einheiten
b	G.09 evtl. F.09	Berechnen eines weiteren Kugelvolumens oder Erkennen eines funktionalen Zusammenhangs
Gespiegelte Dreiecke		
	G.02 G.10	Anwenden des Wissens über Achsenspiegelungen, Darstellen einer Argumentationskette, Erkennen eines gleichschenkligen Dreiecks
Raute		
	G.01 G.10	Planen eines zielgerichteten Vorgehens (sinnvollerweise mithilfe einer Skizze), Erkennen von kongruenten Dreiecken, Darstellen einer Argumentationskette
Parallelogramm		
	G.01 G.02 G.10	Anwenden der Definition eines Parallelogramms, Planen eines zielgerichteten Vorgehens (sinnvollerweise mithilfe einer Skizze), Einzeichnen von Hilfslinien, Anwenden einfacher Winkelsätze, Darstellen einer Argumentationskette

Nr.	Kompetenz	Was ist zu leisten?
Rechteck		
	G.01 G.02 G.10 evtl. G.11	Anwenden der Definition eines Rechtecks, Planen eines zielgerichteten Vorgehens (sinnvollerweise mithilfe einer Skizze), Anwenden einfacher Winkelsätze oder des Satzes von Thales, Darstellen einer Argumentationskette
Seitenlängen im Dreieck		
	G.11 A.05 A.12	Anfertigen einer Skizze, Erkennen eines rechtwinkligen Teildreiecks, Anwenden des Satzes von Pythagoras, Rechnen mit Dezimalzahlen und Umgehen mit Einheiten
Theodor-Heuss-Brücke (II)		
a	G.11 A.12	Erfassen einer Sachsituation, Erkennen von ähnlichen Dreiecken, Rechnen mit rationalen Zahlen
b	G.11 A.13	Erfassen einer Sachsituation, Anwenden des Satzes von Pythagoras, Rechnen mit rationalen Zahlen, Abschätzen einer Quadratwurzel
c	G.11	Erfassen einer Sachsituation, Anwenden der Sinusdefinition
Trapeztische: Tischkanten		
	G.11 A.06 A.12	Erfassen einer Sachsituation, Erkennen eines rechtwinkligen Hilfsdreiecks, Anwenden des Satzes von Pythagoras, Rechnen mit rationalen Zahlen, Runden von rationalen Zahlen
Dreiecksseiten		
a	G.11 A.17	Erfassen einer Sachsituation, Anwenden der Kosinusdefinition, zielgerichtetes einfaches Umformen von Termen (lineare Gleichung)
b	G.11 A.17	Erfassen einer Sachsituation, Anwenden der Sinusdefinition, zielgerichtetes einfaches Umformen von Termen (lineare Gleichung)
Kathete		
	G.11 A.06 A.12	Anwenden des Satzes von Pythagoras, Rechnen mit rationalen Zahlen, Runden von rationalen Zahlen
Geldscheine		
	S.03 F.01 A.12	Entnehmen von Werten aus einem Säulendiagramm, Bestätigen eines Anteils durch z.B. schriftliches Multiplizieren
Wohnfläche		
a	S.03 A.07	Ablesen von Werten aus einem Balkendiagramm, Vergleichen dieser Werte
b	S.03	Auswählen geeigneter Werte, evtl. Berechnen der Unterschiede, evtl. Schätzen von Vergleichswerten

Nr.	Kompetenz	Was ist zu leisten?
Lohnerhöhung		
a	S.03 A.12 F.01 F.04	Umwandeln von absoluten Lohnerhöhungen in prozentuale Lohnerhöhungen
b	S.03	Erläutern der Wirkung statistischer Darstellungen
Studentenjobs		
a	S.03 F.01	Berechnen eines Prozentwerts
b	S.05	Erkennen von Mehrfachnennungen in der Befragung
Zitronengetränk		
	S.05	Erkennen einer Manipulation bei der Einteilung der *y*-Achse
Computerkauf		
	S.05	Erkennen einer Manipulation in der Darstellung der Form
Basketball (III)		
	S.06 A.03 A.12	Bestimmen einer relativen Häufigkeit, Kürzen von Bruchzahlen oder schriftliches Dividieren
Vermögen in Deutschland		
a	S.03 S.06	Erläutern von Berechnungen und des Einflusses der „Ausreißer“ auf das arithmetische Mittel
b	S.03	Ablesen eines Werts aus einem Säulendiagramm
c	S.03 S.03 A.12	Vergleich von zwei Werten, schriftliches Dividieren
Klimazonen		
a	S.07 S.08	Ablesen von statistischen Kennzahlen aus einem Boxplot
b	S.06	Median bestimmen
c	S.06 A.12	Berechnen eines arithmetischen Mittels
d	S.07 S.08	Beantworten von Aussagen mithilfe von Boxplots
e	S.07 S.08	Ablesen von Informationen aus Boxplots

Nr.	Kompetenz	Was ist zu leisten?
Tischtennisbälle		
a	S.10 S.11 A.12	Berechnen einer Wahrscheinlichkeit
b	S.10 S.11 A.12 F.01	Bestimmung einer Anzahl aus einer Wahrscheinlichkeit
Würfelwurf		
a	S.14 A.12	Anwenden der Pfadregel, Addieren von günstigen Pfaden
b	S.14 A.12	Anwenden der Pfadregel, Addieren von günstigen Pfaden
c	S.14 A.12	Anwenden der Pfadregel, Addieren von günstigen Pfaden
d	S.14 A.12 A.15	Kennen der Definition von Primzahlen bzw. Kennen der Primzahlen bis 12
e	S.14 A.12	Berechnen einer Wahrscheinlichkeit über das Gegenereignis
Würfelnetz (II)		
a	S.10 S.11	Bestimmen von Wahrscheinlichkeiten in einem einstufigen Zufallsversuch mithilfe eines Würfelnetzes
b	S.12 S.13 A.12	Bestimmen von Wahrscheinlichkeiten mit Zurücklegen
c	S.14 A.12	Auswählen eines Pfads in einem Baumdiagramm, Anwenden der Pfadregeln
Lücken im Baumdiagramm		
	S.14 A.12	Anwenden von Pfadregeln auch rückwärts, Rechnen mit Dezimalbrüchen
Die wilde 8		
a	S.12 S.13	Erstellen eines Baumdiagramms für ein zweistufiges Zufallsexperiment mit Zurücklegen
b	S.14 A.12	Anwenden der Pfadregeln in einem Baumdiagramm, Addieren von Brüchen
Glücksrad		
	S.09 A.10	Schätzen von Anteilen, Vergleichen von Anteilen mit der Größe von Kreissektoren

Nr.	**Kompetenz**	**Was ist zu leisten?**
Münzwurf		
a	S.10 S.11	Verstehen der Bedeutung von Laplace-Wahrscheinlichkeit
b	S.15	Schätzen von Häufigkeiten
Schokoladenkugeln		
a	S.10 S.11	Deuten eines Texts, Begründen einer gegebenen Wahrscheinlichkeit
b	S.12 S.13	Berechnen einer Wahrscheinlichkeit in einem zweistufigen Zufallsexperiment ohne Zurücklegen
c	S.14	Auswählen eines geeigneten Pfads bei einem zweistufigen Zufallsexperiment, Anwenden der Pfadregeln, Addieren von Bruchzahlen
d	S.14	Benutzen eines verkürzten Baumdiagramms, Berechnen einer Wahrscheinlichkeit über das Gegenereignis

Literatur

Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. (Jahrgangsstufe 10); [Beschluss vom 4.12.2003] (2004) (Beschlüsse der Kultusministerkonferenz). Neuwied: Luchterhand.

CoSH = Cooperation Schule-Hochschule in Baden-Württemberg (2014). *Mindestanforderungskatalog Mathematik (Version 2.0) der Hochschulen Baden-Württembergs für ein Studium von WiMINT-Fächern (Wirtschaft, Mathematik, Informatik, Naturwissenschaft und Technik)* [01.06.2018].

Deutsche Bundesbank (2016). *Monatsbericht März 2016, 68 (3).* Verfügbar unter https://www.bundesbank.de/Redaktion/DE/Downloads/Veroeffentlichungen/Monatsberichte/2016/2016_03_monatsbericht.pdf?__blob=publicationFile## [01.06.2018].

Drueke-Noe, Christina; Möller, Gerd; Pallack, Andreas; Schmidt, Siegbert; Schmidt, Ursula; Sommer, Norbert; Wynands, Alexander & Drüke-Noe, Christina (2011). *Basiskompetenzen Mathematik. Für den Alltag und Berufseinstieg am Ende der allgemeinen Schulpflicht* (Basiskompetenzen, 1. Aufl.). Berlin: Cornelsen.

SINUS.NRW (Hrsg.) (2011). *Eingangstest Jahrgangsstufe 11. Projekt M2,* Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen. Verfügbar unter https://www.schulentwicklung.nrw.de/sinus/front_content.php?idart=3198&matId=2479## [01.06.2018].

MSJK = Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2007). *Kernlehrplan für das Gymnasium – Sekundarstufe I (G8) in Nordrhein-Westfalen. Mathematik* (Schule in NRW, Nr. 3401 : (G8), 1. Aufl.). Frechen: Ritterbach.

MSJK = Ministerium für Schule, Jugend und Kinder des Landes Nordrhein-Westfalen (2004a). *Kernlehrplan für die Gesamtschule – Sekundarstufe I in Nordrhein-Westfalen. Mathematik* (Schule in NRW, Bd. 3106, 1. Aufl.). Düsseldorf: Ritterbach.

MSJK = Ministerium für Schule, Jugend und Kinder des Landes Nordrhein-Westfalen (2004b). *Kernlehrplan für die Realschule in Nordrhein-Westfalen. Mathematik* (Schule in NRW, Bd. 3302, 1. Aufl.). Düsseldorf: Ritterbach.

Schmidt, Ursula (SINUS.NRW, Hrsg.) (2012a). *Erstellen von Boxplot-Diagrammen*. Verfügbar unter https://www.schulentwicklung.nrw.de/materialdatenbank/material/view/3275## [01.06.2012].

Schmidt, Ursula (SINUS.NRW, Hrsg.) (2012b). *(Un-)angemessene Skalierung. Skalen verändern und manipulieren*. Verfügbar unter https://www.schulentwicklung.nrw.de/materialdatenbank/material/view/3290## [01.06.2018].

Abkürzungsverzeichnis

HSA	Prüfungsaufgaben gemäß den Anforderungen für den Hauptschulabschluss nach Klasse 10
HT	Haupttermin
M	Mathematik
MSA	Prüfungsaufgaben gemäß den Anforderungen für den Mittleren Schulabschluss
NT	Nachschreibtermin
ZP10	zentralen Prüfungen am Ende der Klasse 10